

張進通 文教基金會 九十六學年度 雲嘉區國中數學競試試題(第二試)
許世賢

※答案務必寫在答案卷上，否則不予計分。

一、選擇題：每題 5 分，共 35 分

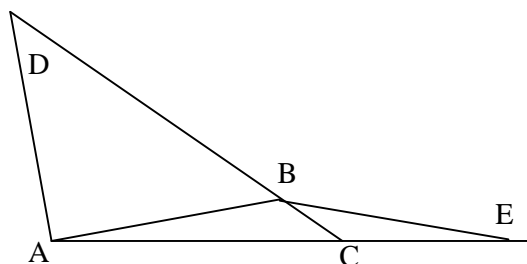
1. 滿足 $-11x+12 < -5x+3$ 的 x 最小正整數為 (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4。
2. 已知 $1^2+1=2^2-2$ ； $2^2+2=3^2-3$ ； $3^2+3=4^2-4$ ； $4^2+4=5^2-5$ ；……
若 $2007^2+2007+2009+4016=x^2$ ， $x>0$ ，則 $x=$
(A) 2008 (B) 2009 (C) 2010 (D) 2011。

3. 若定義 $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = a \times d - b \times c$ ，且 x 滿足 $\begin{vmatrix} (x+5) & 5 \\ 5 & x \end{vmatrix} = 4x-19$ ，則 x 的最大值為
(A) 2 (B) 5 (C) 8 (D) 13。

4. 如右圖所示， $\triangle ABC$ 中， $\angle A$ 、 $\angle B$ 與外角
角平分線分別交邊 \overline{BC} 、 \overline{AC} 的延長線於 D 、 E

兩點，且 $\overline{AD} = \overline{AB} = \overline{BE}$ ，則 $\angle BAC =$

(A) 10 度 (B) 12 度 (C) 15 度 (D) 20 度。



5. 小嘉、小中兩人在操場上繞著跑道以固定速度跑步，如果兩人同時從同地背向而跑，在第一次相遇後，小中又跑了 4 分鐘到達原點，若小嘉跑一圈要花 15 分鐘，則小中跑一圈要花 (A) 9 分鐘 (B) 10 分鐘 (C) 11 分鐘 (D) 12 分鐘。
6. 有兩個大小相同的杯子，一杯裝酒，一杯裝水，酒跟水容量一樣多，若將酒杯取出數滴到水杯中，攪拌均勻後，再將水杯取出數滴到酒杯中，此時兩杯容量相同，則酒杯中水的比例與水杯中酒的比例，何者較高？
(A) 酒杯中水的比例 (B) 水杯中酒的比例 (C) 一樣 (D) 無法判斷。
7. 小嘉、小義、小高、小中共四人參加數學競試，考完後大家猜測自己的成績；
小嘉說：我一定是第一。
小義說：我不會是最後的。
小高說：我不是第一，但也不是最後的。
小中說：那我一定是最後的。
成績公佈後，四人名次都不同，且只有一人猜測錯誤，則猜測錯誤的人是誰呢？
(A) 小嘉 (B) 小義 (C) 小高 (D) 小中。

二、填充題：每題 4 分，共 40 分

1. 若四位數 $33ab$ 同時能被 4、5、6、7 整除，則 $a+b=$ _____。
2. 若 a 、 b 、 c 、 d 、 $\sqrt{360a}$ 、 $\sqrt{\frac{360}{b}}$ 、 $\sqrt{360+c}$ 、 $\sqrt{360-d}$ 皆為正整數，則 $a+b+c+d$ 的最小值為_____。

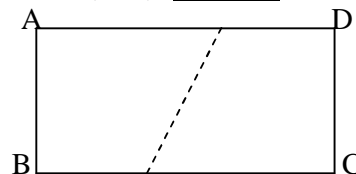
3. 若 t 為 $3x^2 - 5x - 23 = 0$ 的一根，且 $t+1$ 為 $3x^2 - 11x + (a+3) = 0$ 的一根，則 $a =$ _____。

4. 方程組 $\begin{cases} 3x - \frac{4}{y+2} = 32 \\ 7x(y+2) = 18y + 34 \end{cases}$ 的解 $(x, y) =$ _____。

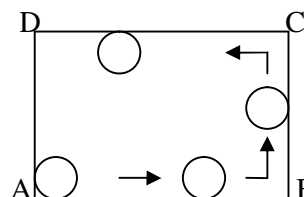
5. 若現在時間為三點整，時針與分針剛好垂直，則下次時針與分針垂直的時間是三點_____分。

6. ab 兩數皆為正數，若 $(2a-2b):(a+2b):ab = 5:7:24$ ，則數對 $(a, b) =$ _____。

7. 長方形紙片 $ABCD$ ，將頂點 A 摺到另一頂點 C ，
若 $\overline{AB} = 6$ 、 $\overline{AD} = 8$ ，則摺痕的長為_____。



8. 如右圖所示，將一半徑為 1 公分的圓，沿著邊長 10 公分正方形內部滾動一圈，即 $\overline{AB} \rightarrow \overline{BC} \rightarrow \overline{CD} \rightarrow \overline{DA}$ ，
則此圓所經過的面積總和為_____。



9. 計算 $\sqrt{97^2 + 97^2 \times 96^2 + 96^2} =$ _____。

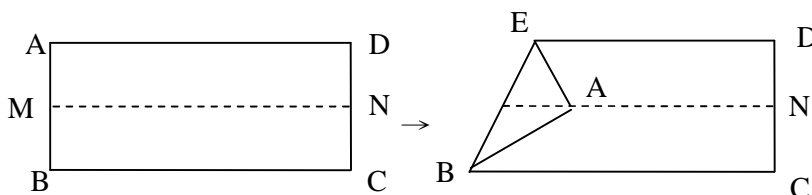
10. 有 10 張點券，點數分別是 1、2、3、...、10 點各一張，把這 10 張分給我、小嘉、小義、小高、小中共 5 人，每人都兩張，已知我的兩張點數和是小嘉的兩倍，小嘉是小義的兩倍，小高是小中的兩倍，小義與小高的關係不清楚，我的兩張點券的點數分別是 a 和 b ，則數對 $(a, b) =$ _____。

三、計算證明題：共 25 分

1. 有一張長方形紙片 $ABCD$ ，先將紙片對摺，再將 A 點摺到虛線處， M 、 N 分別為 \overline{AB} 、

\overline{CD} 的中點，如圖所示，

證明： $\angle CBE = 60$ 度

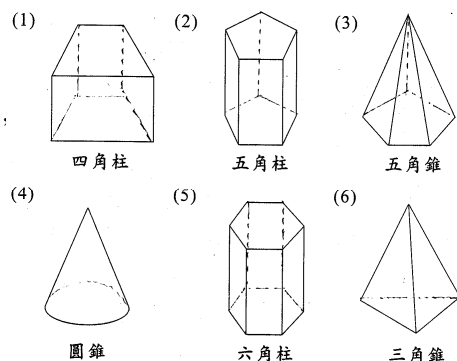


☆以下摺紙方法不考，有興趣者可參照下列方法摺出正四面體。☆

1.將長方形對摺。 	2.攤開後，兩邊往內摺到先前的摺痕。 	3.將左下方的直角頂摺到正中央的摺痕上，且直角頂與右下方頂點成一直線。 	4.將右下方的頂點摺到對邊上。 	5.在將左下方頂點對摺到對邊上。
6.在將右下方頂點摺到對邊上。 	7.最後把剩下的一個直角頂住往內摺，形成一個正三角形。 	8.將紙攤開成步驟 2 的形狀。 	9.將最下面摺痕所形成的直角三角形塞進最上面的直角三角形內。 	10.完成一個正四面體。

2. 角柱：角柱有兩個全等多邊形的底面，
和一些長方形的側面。

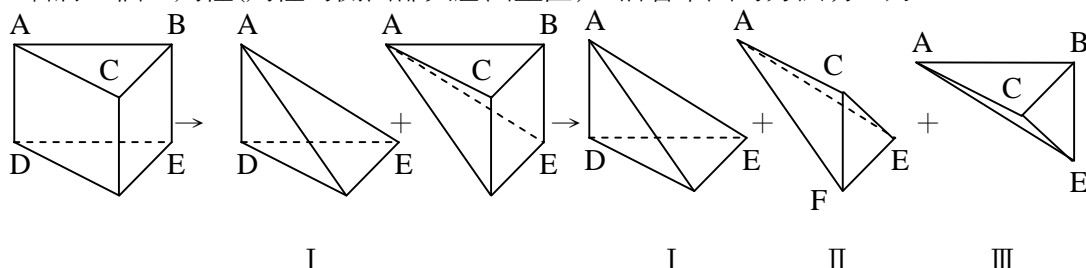
角錐：角錐有一個多邊形的底面，
和一些三角形的側面。



已知兩個三角形只要底邊等長、高也相等，兩個三角形面積就會一樣。

同樣的，底面積一樣時、高也相等的錐體體積也會一樣，柱體也是。

若將一個三角柱(角柱的側面都與底面垂直)，沿著下圖的方法切一刀



可得一個三角錐 I (四面體) 及四角錐，再將四角錐再切一刀分成兩個體積相等的三角錐 II 與 III，此時 II 與 III 因為同高(同頂點 A)且底面積一樣($\triangle CEF$ 與 $\triangle BCE$ 面積相等)，所以三角錐 II 與 III 體積相同，請說明三角錐 I 與 II 也是相同體積。

(由此題知道，三角錐的體積 = $\frac{1}{3}$ 柱體的體積 = $\frac{1}{3} \times \text{底面積} \times \text{高}$)。

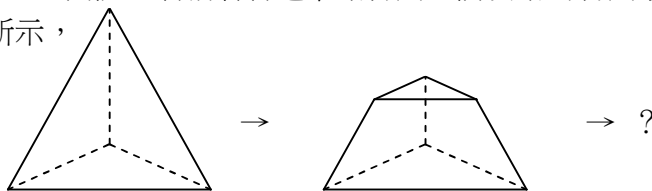
3. 若一個立體圖形的每面都是相同的正多邊形，我們稱為正多面體。

例如：正四面體的每面都是正三角形，總共有 4 個面。

正六面體的每面都是正四邊形(正方形)，總共有 6 個面。

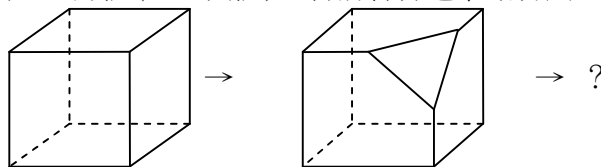
正八面體的每面都是正三角形，總共有 8 個面。

- (1) 下圖為一正四面體，若沿著各邊中點切去一個頂點（切去小一個正四面體），
如下圖所示，



若繼續將剩下 3 的頂點用同樣的方法也切去，則所剩的立體圖形為？
其體積為原來正四面體的幾倍？

- (2) 下圖是一個正立方體(正六面體)，若沿著各邊中點切去一個頂點



若繼續將其他繼續將剩下 7 的頂點用同樣的方法也切去，其剩下體積為原來正立方體的幾倍？

張進通 文教基金會 九十六學年度 雲嘉區國中數學競試試題(第二試)

許世賢

※答案務必寫在答案卷上，否則不予計分。

一、選擇題：只有一個選項是正確的(每題 5 分，共 35 分)

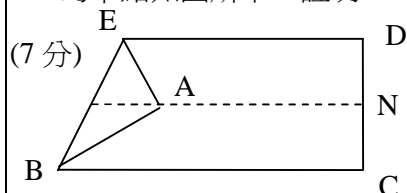
1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.
----	----	----	----	----	----	----

二、填充題：每題 4 分，共 40 分

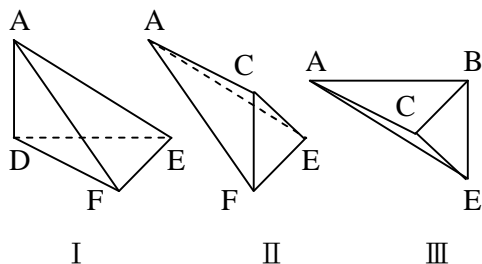
1.	2.	3.	4.	5.
6.	7.	8.	9.	10.

三、計算證明題：共 25 分

1. 有一張長方形紙片 $ABCD$ ，先將紙片對摺，再將 A 點摺到虛線處， M 、 N 分別為 \overline{AB} 、 \overline{CD} 的中點如圖所示，證明： $\angle CBE = 60$ 度



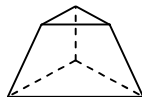
2. 請說明三角錐 I 與 II 也是相同體積。



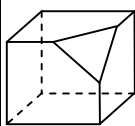
(7 分)

- 3.(1) 若繼續將剩下 3 的頂點用同樣的方法也切去，則所剩的立體圖形為？(3 分)

其體積為原來正四面體的幾倍？(4 分)



- (2) 若繼續將其他繼續將剩下 7 的頂點用同樣的方法也切去，其剩下體積為原來正立方體的幾倍？(4 分)



※答案務必寫在答案卷上，否則不予計分。

四、選擇題：只有一個選項是正確的(每題 5 分，共 35 分)

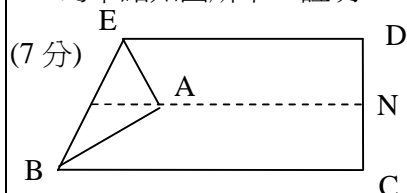
1. B	2. B	3. A	4. B	5. B	6. C	7. A
------	------	------	------	------	------	------

五、填充題：每題 4 分，共 40 分

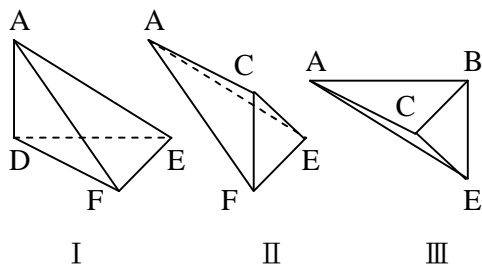
1. 6	2. 57	3. -18	4. (4, -11/5)	5. 360/11
6. (16, 6)	7. 15/2	8. $60 + \pi$	9. 9313	10. (7, 9) (9, 7)

六、計算證明題：共 25 分

1. 有一張長方形紙片 $ABCD$ ，先將紙片對摺，再將 A 點摺到虛線處， M 、 N 分別為 \overline{AB} 、 \overline{CD} 的中點如圖所示，證明： $\angle CBE = 60$ 度



2. 請說明三角錐 I 與 II 也是相同體積。

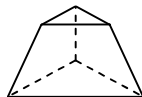


(7 分)

3. (1) 若繼續將剩下 3 的頂點用同樣的方法也切去，則所剩的立體圖形為？(3 分)

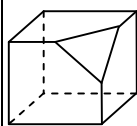
Ans: 正八面體

其體積為原來正四面體的幾倍？(4 分)



Ans: 1/2

- (2) 若繼續將其他繼續將剩下 7 的頂點用同樣的方法也切去，其剩下體積為原來正立方體的幾倍？(4 分)



Ans: 5/6

