

國立嘉義高級中學 111 學年度科學班甄選入學實驗實作

數學科實驗實作試題

本試卷共有四大題，包含問答題、計算題或證明題，將依你的答題嚴謹性與完整性評分，請在答案卷上有條理的作答。無合理推論步驟的答案將無法獲得分數。

1. (1) 試求出多項式 n^3+11 除以 $2n+1$ 的商式與餘式。(5%)
(2) 設 n 為整數且 $2n+1$ 可整除 n^3+11 ，試找出滿足上述條件所有可能的 n 。(15%)
2. 平面上有三個半徑相同的圓，其圓心分別為 Q_1 、 Q_2 、 Q_3 ，且此三圓有一個共同的交點 K 。已知此三圓都在 $\triangle ABC$ 內，且每個圓均與 $\triangle ABC$ 的兩邊相切。
 - (1) 試畫出符合題意的圖形並證明 K 點為 $\triangle Q_1Q_2Q_3$ 的外心。(5%)
 - (2) 試證明 $\triangle ABC$ 的內心與 $\triangle Q_1Q_2Q_3$ 的內心重合。(10%)
 - (3) 試證明 K 點與 $\triangle ABC$ 的內心以及 $\triangle ABC$ 的外心三點共線。(15%)
3. (1) 平面上有 P 、 Q 兩點及一直線 L 。已知 $\overline{PQ}=6$ 且 P 點到直線 L 的最短距離是 10 單位長。試證明 P 、 Q 兩點在直線 L 的同一側。(10%)
(2) 平面上有一正方形 $ABCD$ ，其邊長為 6，中心點為 T 點。已知此正方形內有一邊長為 5 的正三角形 EFG ，試證明 T 點位在 $\triangle EFG$ 內。(20%)
4. 在一個三角形的每一個頂點上各填上一個整數，使得所填三個整數之和大於零。若某個頂點上的整數小於零，則我們要將頂點上的整數作以下的調整：設三頂點上的數為 x 、 y 、 z 且 $y < 0$ (若三數中有兩個數小於零，則任選一個為 y)，調整後的數分別 $x+y$ 、 $-y$ 、 $z+y$ ；若新得到三整數中依舊有負整數，則此調整繼續進行。
 - (1) 給定三角形頂點上的數字為 4, -6, 5，請按照題意進行調整，試寫出調整的過程，並說明你觀察這過程的發現。(5%)
 - (2) 試問：任給三整數(其和大於零)進行以上的調整，是否一定會停止？請說明你的理由。(15%)

試題結束