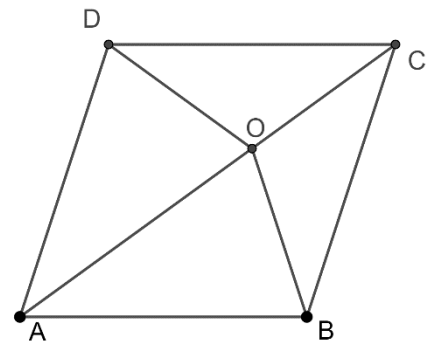


答案須寫在答案卷上，否則不予計分

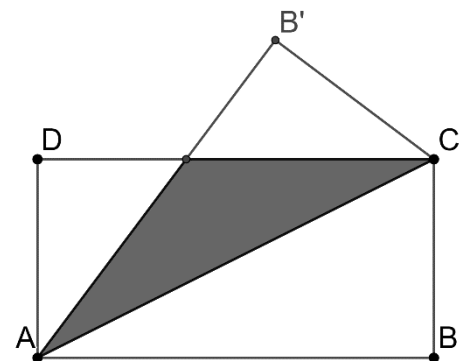
一、填充題（16 題，每題 5 分，共 80 分）

1. 解方程式  $\frac{1}{\frac{1}{\frac{1}{x-1}-2}-3} = 4$ ，得  $x = \underline{\hspace{2cm}}$ 。(化成最簡分數)

2. 如右圖，菱形  $ABCD$  中， $O$  點在對角線  $\overline{AC}$  上，且  $\overline{AO} = \overline{AB}$ ， $\overline{OB} = \overline{OC} = \overline{OD} = 2$ 。  
則此菱形  $ABCD$  的邊長為  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。



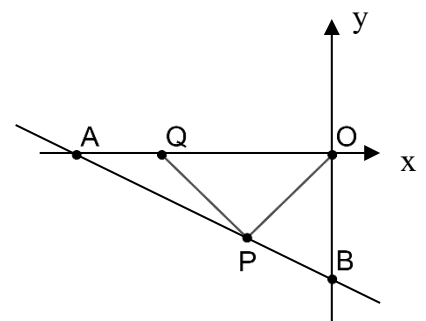
3. 長方形  $ABCD$  中， $\overline{AB} = 12$ ， $\overline{BC} = 6$ ，將此一長方形之一半沿著對角線  $\overline{AC}$  向上摺疊如右圖，則陰影部分面積為  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。



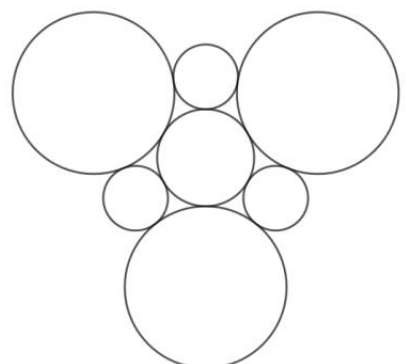
4. 設約有 35 至 50 位的學生參加某次數學競賽，其中滿分為 100 分，考完後成績統計如下：  
a. 女生的平均成績為 80 分；  
b. 男生的平均成績為 65 分；  
c. 所有參賽學生的平均成績為 72 分；  
這次數學競賽參賽學生中有  $x$  位女生， $y$  位男生，則數對  $(x, y) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

5. 甲、乙、丙三人比賽競走，從學校走到火車站，若甲、乙、丙三人分別先以  $2:3:4$  的速率前進，當丙到達全程一半的時候，甲、乙、丙三人之後的速率比變為  $4:3:2$ ，則此三人到達火車站的先後順序為  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

6. 如右圖，直線  $x + 2y + 6 = 0$  交兩軸於  $A$ 、 $B$ ，又  $P$  點在  $\overline{AB}$  上。若  $Q$  點坐標為  $(-4, 0)$ ，且四邊形  $OBPQ$  的面積為 7，則  $P$  點坐標為  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。



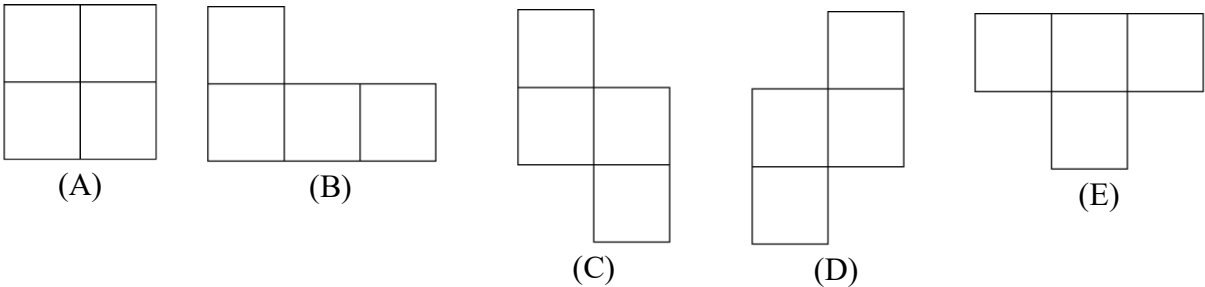
7. 有三種不同大小的圓排列情形如右圖，相鄰的圓皆為外切。已知最小圓的半徑為 4，正中間的圓半徑為 6，則最大圓的半徑為  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。



8. 一個五位數的迴文數是一個形如  $abcba$  的正整數，其中  $a$  不為 0。例如：43234、50505 皆為迴文數。則所有五位數的迴文數中，有\_\_\_\_\_個為 18 的倍數。
9. 以下為 2024 年 2 月份的桌曆，每一格為邊長 1 公分的正方形

				1	2	3
4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17
18	19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29		

現有如下的五張面積為 4 平方公分的紙片 A、B、C、D、E，紙片中每一格皆是邊長 1 公分的正方形：



選擇其中一張紙片蓋住桌曆上四格有日期的格子(紙片不可旋轉)，若蓋住的日期總和為完全平方數，則桌曆被蓋住的情形總共有\_\_\_\_\_種。

10. 某國中三年級有甲班及乙班共兩個班級，這學期總共舉行了 30 次數學小考，下表是統計兩個班每次小考的最高分的分布狀況：

最高分 $x$	$80 \leq x < 85$	$85 \leq x < 90$	$90 \leq x < 95$	$95 \leq x \leq 100$
甲班(次數)	0	11	14	5
乙班(次數)	3	12	15	0

根據上表，這 30 次小考中，全三年級的最高分的分布情形如下表：

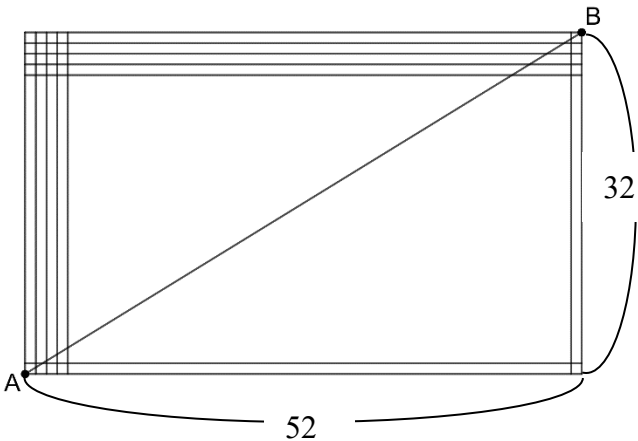
最高分 $x$	$80 \leq x < 85$	$85 \leq x < 90$	$90 \leq x < 95$	$95 \leq x \leq 100$
次數	A	B	C	D

選出有可能為數組(A,B,C,D)的選項。(單選)

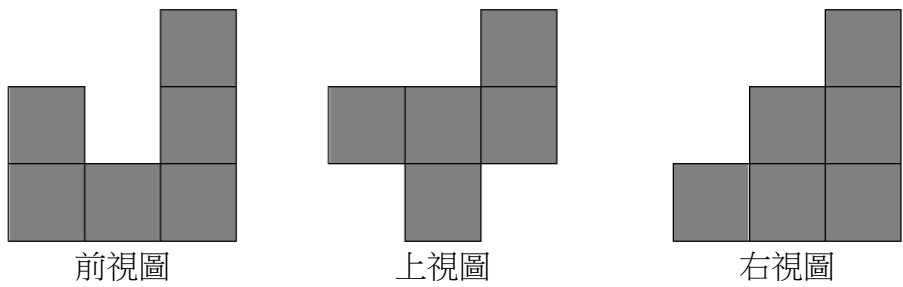
- (1) (3, 10, 12, 5)    (2) (0, 15, 15, 0)    (3) (0, 12,13, 5)    (4) (0, 9, 16, 5)    (5) (2, 7, 16, 5)
11. 小智想對五顆不同重量且小於 100 公斤的石頭進行秤重，由於該磅秤只能測量 100 公斤以上的物體，因此小智每次將兩顆石頭一起秤，得出 10 組數據為 102、103、108、110、 111、115、116、116、117、124 公斤，那麼這五顆石頭中最輕的重量是\_\_\_\_\_公斤。
12. 丟擲一個公正骰子 3 次，得到的點數依序為  $a,b,c$ 。若  $a,b,c$  恰形成一個等差數列的機率為  $P_1$ ，而  $a,b,c$  恰形成一個

等比數列的機率為  $P_2$ ，則  $\frac{P_1}{P_2} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。(化成最簡分數)

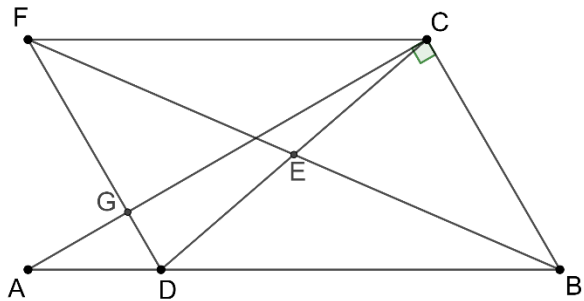
13. 如右圖，有一張由  $52 \times 32$  個小正方形構成的長方形方格紙，方格紙中每一小格皆為邊長 1 單位的正方形。連接方格紙的對角線  $\overline{AB}$ ，則除了 A、B 兩點以外，對角線還會通過\_\_\_\_\_個格子點。格子點為每一個正方形的頂點。



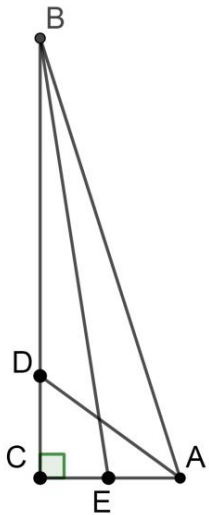
14. 嘉嘉利用  $n$  個邊長為 1 公分的正立方體積木堆疊成一個立體模型， $n \leq 27$ 。堆疊時，每邊長不超過 3 公分，堆疊好模型之後，嘉嘉從前、上、右側觀察，繪製出以下三視圖。則  $n$  的值可能為\_\_\_\_\_。



15. 如右圖，直角  $\triangle ABC$  中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $D$  點在  $\overline{AB}$  上，四邊形  $DBCF$  為一平行四邊形， $\overline{CD}$  與  $\overline{BF}$  交於  $E$  點， $\overline{AC}$  與  $\overline{DF}$  交於  $G$  點，若  $\angle A = 30^\circ$ ， $\overline{BC} = 4$ ， $\overline{CF} = 6$ ，求  $\overline{GE}$  長 =\_\_\_\_\_。

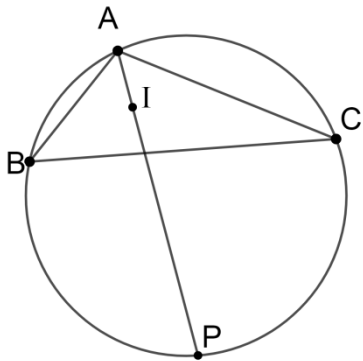


16. 如右圖，有一直角  $\triangle ABC$ ，其中  $\angle C$  為直角。已知  $\angle BAC$  的角平分線  $\overline{AD}$  交  $\overline{BC}$  於  $D$ ；  
 $\angle ABC$  的角平分線  $\overline{BE}$  交  $\overline{AC}$  於  $E$ 。已知  $D$  到  $\overline{AB}$  的距離為 6， $E$  到  $\overline{AB}$  的距離為 4。  
則  $\triangle ABC$  之內切圓半徑為\_\_\_\_\_。

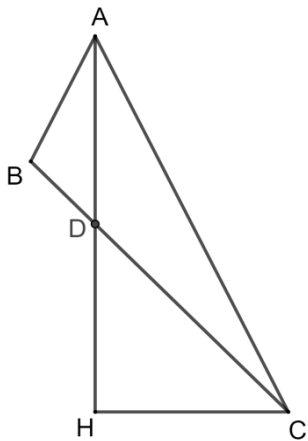


二、計算證明題（2 題，每題 10 分，共 20 分）

1. 已知  $\triangle ABC$  的內心為  $I$ ，若  $\triangle ABC$  的外接圓與  $AI$  延長線交於點  $P$ ，  
求證：點  $P$  為  $\triangle BIC$  的外心。



2. 如右圖， $\triangle ABC$  與  $\triangle ACH$  中， $\overline{AH}$  為  $\angle BAC$  的角平分線且  $\overline{AH} \perp \overline{CH}$ ，  
 $\overline{AH}$  交  $\overline{BC}$  於  $D$  點，若  $\overline{AC} = 3\overline{AB}$ ，  
求證： $\overline{AD} = \overline{DH}$



~試題結束~