

國立嘉義高中 108 學年度學術性向資賦優異【數理類】複選評量—數學能力評量試題

一、填充題：共 20 題，每題 5 分，共 100 分

1. 若 $\frac{4}{2019} < \frac{a}{a+b} < \frac{5}{2019}$ 且令 $\frac{b}{a} = k$ ，則正整數 k 共有_____個。

2. 超快網路咖啡店，提供順暢的上網服務，其收費標準如下：

(1)基本費用：每次 50 元(可使用 t 分鐘)

(2)超過 t 分鐘時：超過的部份每分鐘收費 s 元(不足 1 分鐘以 1 分鐘計)

小霖第一次至此店上網 120 分鐘，花了 130 元；第二次到同一家店上網 150 分鐘，花了 160 元。請問 t 為_____。

3. 有一密碼是由 1、2、3、4 這四個數字組成的四位數，大一第一次猜 1234，得到的結果是只有 1 個數字位置正確，其他 3 個數字位置都不正確。請問他再猜一次就成功的機率是_____。

4. 平面上坐標皆為整數的點稱為格子點。我們將原點以外的格子點分層，方法如下：若 (a,b) 是原點 $(0,0)$ 以外的格子點，且 $|a|$ 和 $|b|$ 中最大值為 n ，則稱 (a,b) 是在第 n 層的格子點（例如 $(3,-4)$ 是在第 4 層； $(8,-8)$ 是在第 8 層）。請問在第 18 層的格子點個數共有_____個。

5. 有三堆棋子，每一堆棋子數一樣多，而且都只有黑白兩種顏色。已知第一堆的「黑子」和第二堆的「白子」一樣多，第三堆的「黑子」占全體「黑子」的 $\frac{2}{5}$ ，如果把這三堆棋子集中在一起，則「白子」佔全部棋子的比例為_____。

6. 化簡 $\frac{1}{2\sqrt{1}+\sqrt{2}} + \frac{1}{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}} + \frac{1}{4\sqrt{3}+3\sqrt{4}} + \cdots + \frac{1}{100\sqrt{99}+99\sqrt{100}} =$ _____。

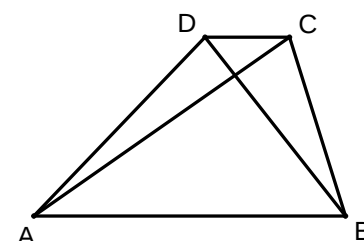
7 已知多項式 $13x^8 - 27x^3 + 14$ 除以 $x-1$ 的商式為 $f(x)$ ，則 $f(1)$ 的值為_____。

8 將 1800 到 1899 的正整數一一照順序寫下來，然後在數字間交錯地擺上加號和減號，如下所示：

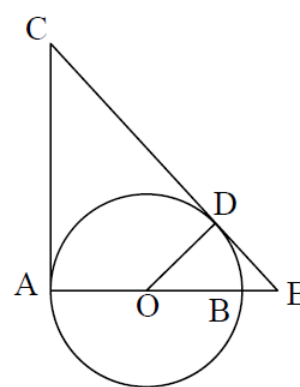
$1+8-0+0-1+8-0+1-1+8-0+2-\cdots-1+8-9+9=a$ ，則 a 的值為_____。

9. 在直角坐標平面上，有一個二次函數 $y = ax^2$ ，其中 $a > 0$ 。小明依照下列步驟作圖：
- (1)在此二次函數上，取A、B兩點，已知A、B兩點均在第一象限，且B點的位置比A點高；
 - (2)以A點為圓心作圓A，使得x軸、y軸與水平線 $y = 4$ 都是圓A的切線；
 - (3)以B點為圓心作圓B，使得y軸與水平線 $y = 4$ 都是圓B的切線。
- 根據上述作圖結果，請問B點的坐標為_____。

10. 如右圖，梯形ABCD中， $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$ ， $\overline{AB} = 8$ ， $\overline{CD} = 2$ ， $\overline{AC} = 8$ ， $\overline{BD} = 6$ ，
則此梯形ABCD的面積為_____。



11. 如右圖，O 為圓心， $\overline{AB}$ 為直徑，直線 AB 和直線 CE 交於 E 點， $\overline{CA}$ 與 $\overline{CE}$ 分別切圓 O 於 A、D 兩點，若 $\overline{AB} = 10$ ，且知 $\triangle ODE$ 的周長為 15，
則 $\triangle ACE$ 的周長為_____。



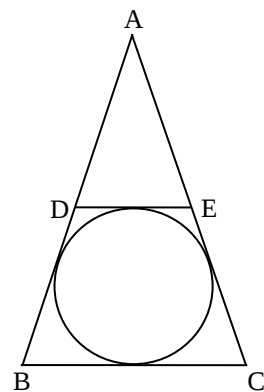
12. 在一條道路上，測得A、B、C、D 四個城市之間的某些距離資料，列表如下：
請問城市A 和城市B 之間的距離為_____。

	A	B	C	D
A			35	
B				8
C		13		21
D	14			

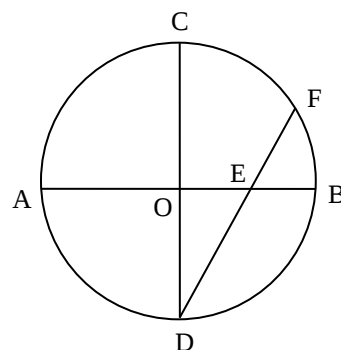
13. 已知 O 點是正方形 ABCD 的中心，E 點在 $\overline{CD}$ 上， $3\overline{CE} = \overline{CD}$ ，點 G 是 $\triangle BCE$ 的重心。若 $\overline{AB} = 6$ ，
則 $\overline{OG}$ 的長為_____。

14. 將一矩形ABCD的一頂點A固定，逆時針方向旋轉矩形，旋轉60度角。若 $\overline{AB} = \overline{CD} = 6$ ， $\overline{BC} = \overline{DA} = 2$ ，
則 $\overline{CD}$ 所掃出區域的面積為_____。

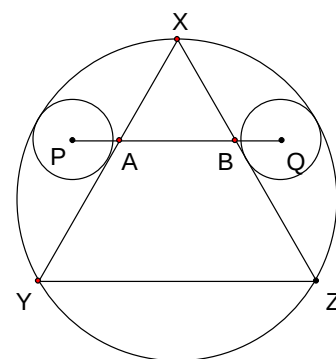
15. 如右圖， $\triangle ABC$ 為等腰三角形， $\overline{AB} = \overline{AC} = 13$ ， $\overline{BC} = 10$ ，圓 O 為其內切圓，作 $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ 且與圓 O 相切，則 $\triangle ADE$ 之面積為_____。



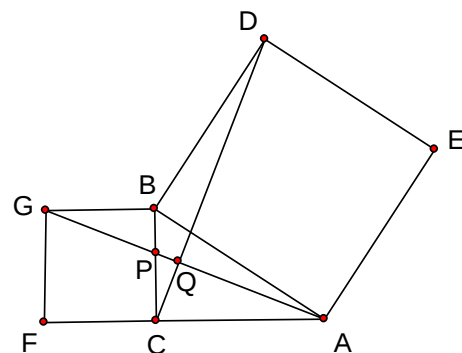
16. 如右圖， $\overline{AB}$ 與 $\overline{CD}$ 為圓 O 之兩直徑，且 $\overline{AB} \perp \overline{CD}$ ，弦 $\overline{DF}$ 交 $\overline{AB}$ 於 E 點。若 $\overline{DE} = 5$ ， $\overline{EF} = 3$ ，則圓 O 的面積為_____。



17. 如右圖，正三角形 XYZ 內接於半徑為 1 的圓，圓 P 與圓 Q 是內接於弓形的最大圓。若此兩圓的圓心連線段 $\overline{PQ}$ 分別交 $\overline{XY}$ 、 $\overline{XZ}$ 於 A 、 B 兩點，則 $\overline{AB}$ 的長為_____。



18. 如右圖， $\triangle ABC$ 是直角三角形， $\angle ACB = 90^\circ$ ，四邊形 $ABDE$ 、 $BCFG$ 是正方形， $\overline{AG}$ 和 $\overline{BC}$ 、 $\overline{CD}$ 分別交於 P 、 Q 兩點。若 $\overline{BC} = 34$ ， $\overline{AC} = 102$ ，則 $\triangle BPG$ 的面積與 $\triangle CPQ$ 的面積之差的絕對值為_____。



19. 在坐標平面上，直線 L 通過點 $C(-6,12)$ 且與 x 軸、 y 軸分別交於 A 、 B 兩點。若 $\overline{BC} = 3\overline{AB}$ 且 $O(0,0)$ ，則 $\triangle OAB$ 的面積為_____。 【兩個解】

20. 在坐標平面上， $O(0,0)$ ， $A(10,0)$ ， $B(0,24)$ 。已知 $\triangle OAB$ 的外接圓被 x 軸與 y 軸分成在第一象限、第二象限、第四象限三個區域，且這三個區域的面積依序為 a 、 b 、 c ，則 $a - b - c$ 的值為_____。