

國立嘉義高中 112 學年度學術性向資賦優異【數理類】複選評量-數學能力評量

一、填充題：每題 5 分，共 100 分

1. 某一場籃球賽中，小林只投三分球及兩分球。他投三分球的命中率為 20%，投兩分球的命中率為 30%，這場球賽中他投了 30 球，試問小林總共得到_____分。

2. 已知 m 、 k 為正整數，且 $2 + \frac{1}{k + \frac{1}{m + \frac{1}{5}}} = \frac{402}{173}$ ，則 m 、 k 的乘積為_____。

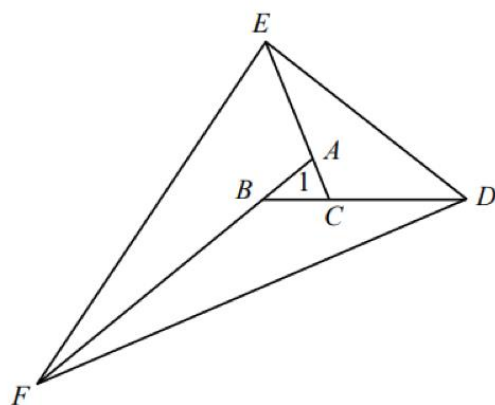
3. 已知 a 、 b 、 c 三個質數滿足 $a + b + c + abc = 149$ ，試求 $|a - b| + |b - c| + |c - a|$ 之值

4. 求方程組 $\begin{cases} x = x^2 + y^2 \\ y = 2xy \end{cases}$ 的解_____。(全對才給分)

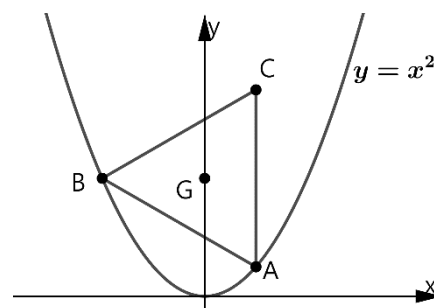
5. 某一實係數多項式 $f(x) = x^4 + px^3 + qx^2 + rx + s$ ，已知 $f(1) = 2$ ， $f(2) = 5$ ， $f(3) = 10$ ，試求 $4f(4) + f(-1) =$ _____。

6. 座標平面上四點 $A(8, -3)$ 、 $B(4, -5)$ 、 $C(0, c)$ 、 $D(d, 0)$ ，當四邊形 $ABCD$ 周長最小時，求 $c + d =$ _____。

7. 如圖， $\overline{BC} : \overline{CD} = 1 : 2$ ， $\overline{CA} : \overline{AE} = 1 : 3$ 、 $\overline{AB} : \overline{BF} = 1 : 4$ ，已知三角形 ABC 的面積為1，則三角形 DEF 面積為_____。



8. 如圖，正三角形 ABC ，兩頂點 A 及 B 皆在拋物線 $y = x^2$ 上， $\triangle ABC$ 的重心 G 在 y 軸上，邊 \overline{AC} 與 y 軸平行。若點 A 的 x 座標為 a ($a > 0$)，則 $a =$ _____。



9. 如果將 $\sqrt{7 + \sqrt{48}}$ 寫成帶小數，設整數部分為 a ，純小數部分為 b ，則 $\frac{1}{a+b} + \frac{2}{b}$ 之值為_____。

10. 設 a, b, c, d 為實數， $abcd \neq 0$ ，且 $a + b + c + d = 0$ ，則

$a \left(\frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{1}{d} \right) + b \left(\frac{1}{c} + \frac{1}{d} + \frac{1}{a} \right) + c \left(\frac{1}{d} + \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \right) + d \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right)$ 之值為_____。

11. 求 $\frac{1}{1 \times 2 \times 3} + \frac{1}{2 \times 3 \times 4} + \frac{1}{3 \times 4 \times 5} + \dots + \frac{1}{14 \times 15 \times 16}$ 的值

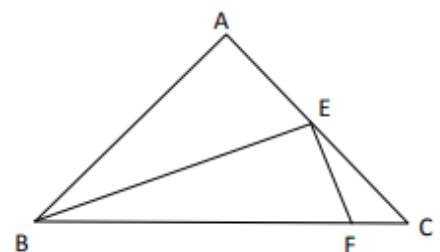
12. 滿足方程式 $\frac{1}{(x+1)y} + \frac{1}{x+1} + \frac{1}{y} = \frac{1}{105}$ 的正整數數對 (x, y) 有 _____ 組。

13. 假設 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{11}$ 為等差數列，公差為 $\sqrt{2}$ ，且總和為 $44\sqrt{5}$ ，

試求 $\frac{a_2^2}{a_1 \times a_3} + \frac{a_3^2}{a_2 \times a_4} + \frac{a_4^2}{a_3 \times a_5} + \frac{a_5^2}{a_4 \times a_6} + \frac{a_6^2}{a_5 \times a_7} + \frac{a_7^2}{a_6 \times a_8} + \frac{a_8^2}{a_7 \times a_9} + \frac{a_9^2}{a_8 \times a_{10}} + \frac{a_{10}^2}{a_9 \times a_{11}}$ 之值

14. 已知 $\triangle ABC$ 之三邊中線長分別為 9, 12, 15，則 $\triangle ABC$ 的面積為 _____。

15. 如圖，在等腰直角 $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = 1$ ， $\angle A = 90^\circ$ ，點 E 為 \overline{AC} 的中點，點 F 在 \overline{BC} 上，且 $\overline{EF} \perp \overline{BE}$ ，求 $\triangle CEF$ 的面積。



16. 若 $f(x) = \sqrt{1-x} + \sqrt{x - \frac{1}{2}}$ 的最大值為 m ，最小值為 n ，則 $m^2 + n^2 =$ _____

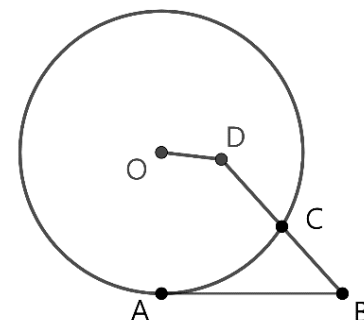
17. 求 $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + 2023^3$ 的個位數字是 _____。

18. 令 $[x]$ 表示小於或等於 x 的最大整數，例如： $[3.1] = 3$ ， $[-1.4] = -2$ ，

設實數 r 滿足 $\left[r + \frac{19}{100}\right] + \left[r + \frac{20}{100}\right] + \left[r + \frac{21}{100}\right] + \dots + \left[r + \frac{91}{100}\right] = 546$ ，求 $[100r] =$ _____。

19. 如圖，設一圓的圓心為點 O ，且 \overline{AB} 與此圓相切於點 A ， $\overline{AB} = 6$ ，點 D 為圓內一點，

\overline{BD} 交圓 O 於點 C ，且 $\overline{BC} = \overline{CD} = 3$ ， $\overline{OD} = 2$ ，則圓的半徑為 _____。



20. 已知 $f(x) = x^3 + 3x + 6$ ，則 $f\left(\sqrt[3]{\sqrt{2}+1} - \sqrt[3]{\sqrt{2}-1}\right) =$ _____。