張進通 許世賢 文教基金會 98 學年度雲嘉區國中數學競試試題(第二試)

一、填充題：每題 6 分，共 72 分

1. 試計算 $\sqrt{51\times52\times53\times54+1}$ 之值爲____________。

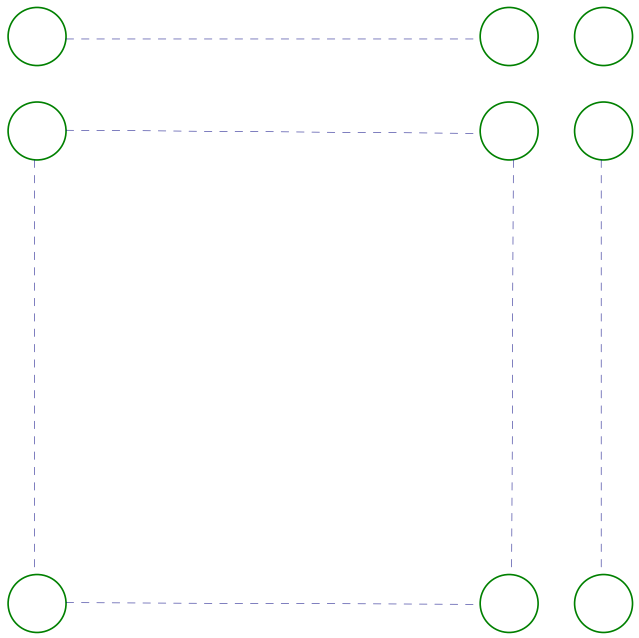
2. 已知 $x=\dfrac{\sqrt{\sqrt{5}+2}+\sqrt{\sqrt{5}-2}}{\sqrt{\sqrt{5}+1}}$ ，則 x 的值爲____________。

3. 已知 x,y 爲正整數，且 $x\neq y$ ，$\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}=\dfrac{2}{5}$ ，試求 x^y+y^x 之個位數字爲____________。

4. 已知函數 $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt[3]{x^2+2x+1}+\sqrt[3]{x^2-1}+\sqrt[3]{x^2-2x+1}}$ ，則 $f(1)+f(3)+f(5)+...+f(999)$ 之值爲____________

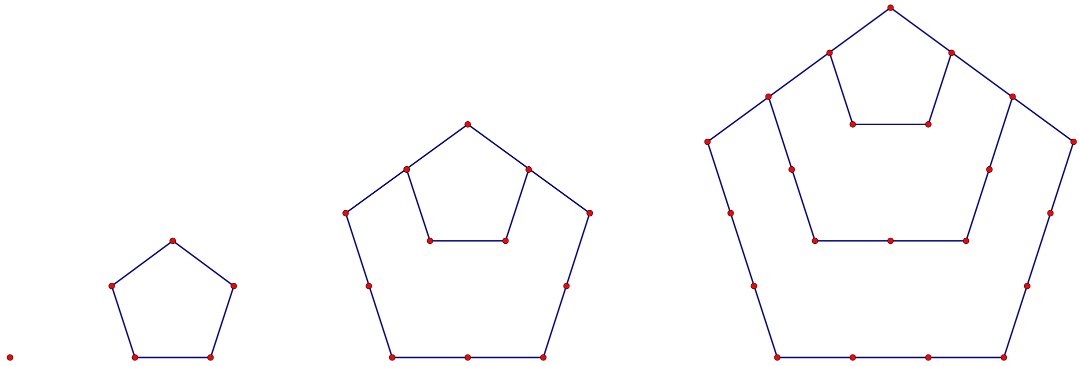
5. 數列 1, 1, 2, 1, 2, 3, 1, 2, 3, 4, 1, …，求此數列的第 2009 項爲____________。

6. 有 10 元硬幣若干個。排成如圖一之正方形後，剩 30 個。若右邊再多排一欄，下面多排一列的話(硬幣所成圖形仍爲正方形)，則不足 3 個。問 10 元硬幣共有____________個。



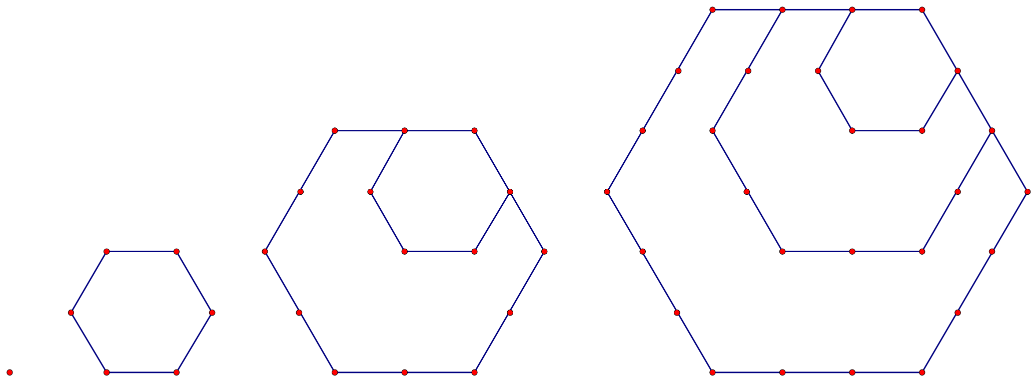
圖一

7. 已知〝五邊形數〞如圖二，由左到右頂點數分別爲：$a_1=1$，$a_2=5$，$a_3=12\cdots$



圖二

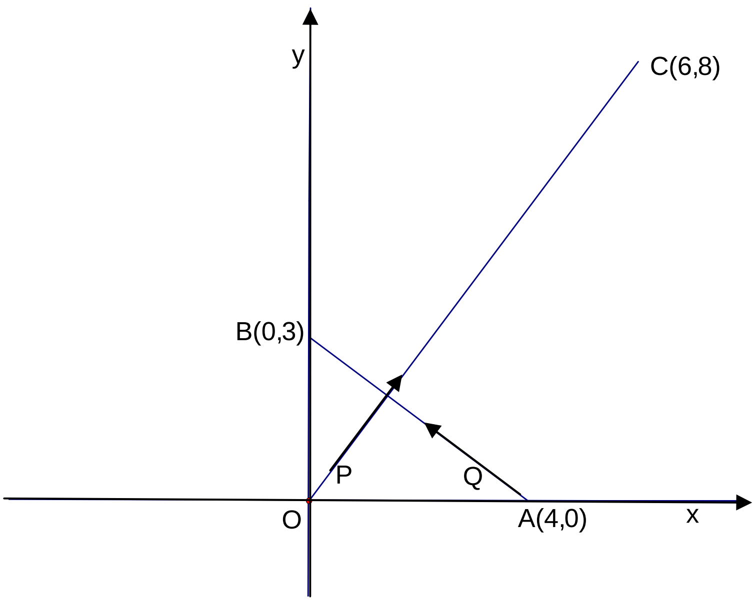
〝六邊形數〞如圖三所示，由左到右頂點數分別為$b_1=1$，$b_2=6$，$b_3=15\cdots$



圖三

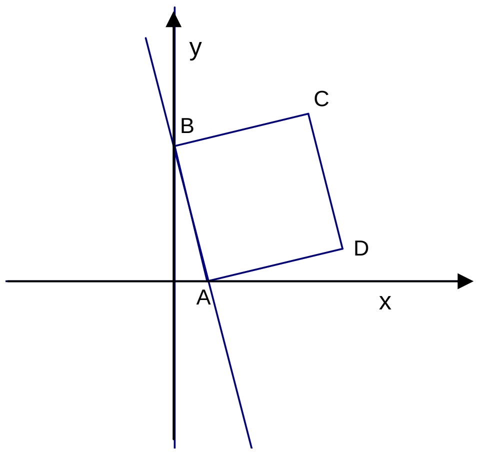
則序對$(a_{10},b_{10})=$＿＿＿＿＿＿＿＿。

8. 如圖四，座標平面上$A(4,0)$、$B(0,3)$、$O(0,0)$、$C(6,8)$四點，已知動點 P 由 O 點沿$\overline{OC}$方向到 C 點需 10 秒，動點 Q 由 A 點沿$\overline{AB}$方向到 B 點需 5 秒，現在 P、Q 分別由 O 及 A 同時出發，當$\overline{PQ}$平行y軸時，需＿＿＿＿＿＿＿秒。



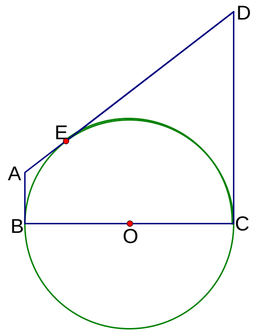
圖四

9. 如圖五，已知直線 $y=-\sqrt{15}x+\dfrac{\sqrt{15}}{2}$ 與 x 軸交於 A 點，與 y 軸交於 B 點，以 $\overline{AB}$ 爲邊在第一象限作一正方形 ABCD，若第一象限有一 $P(\dfrac{1}{2},a)$，使 ΔABP 面積爲正方形 ABCD 面積的一半，則 a 值爲____________。



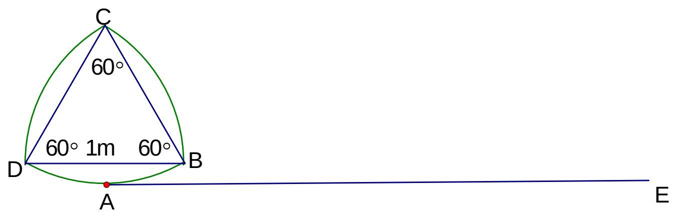
圖五

10. 如圖六，$\overline{BC}$ 爲半圓 O 之直徑，$\overline{AB},\overline{CD},\overline{AD}$ 是切線，E 是切點，$\overline{AB}=9,\overline{CD}=16$，則斜線部分的面積爲____________。



圖六

11. 一滾輪形狀如圖七：分別以 B，C，D 爲圓心，$\overline{BC}=1m$ 爲半徑畫弧，即爲此滾輪。



圖七

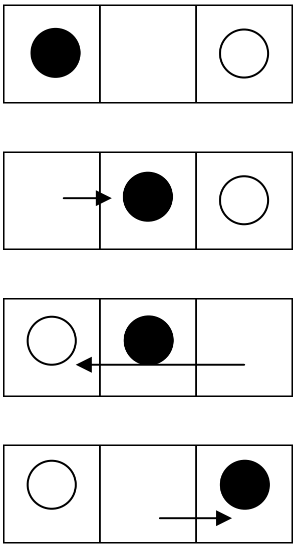
現有一長 100m 的跑道 $\overline{AE}$，若將此滾輪從 A 點出發滾動到終點 E(不滑動)，則 C 點會與 $\overline{AE}$ 接觸幾次____________($\pi \approx 3.14$)。

12. 〝棋子易位〞遊戲，方法如下：

取兩種顆數相同而顏色不同的棋子，分左右作直線排列，中間是一個空位。行棋時是左邊的棋子要全搬到右邊，反之右邊的棋子也全搬到左邊。棋子移動的方向便是這樣規定，棋子是不得退後的。行子時可有兩種方法：其一是向旁邊前進的一方的空格移動一步(一格)；其二是可跳過一隻棋子而落在緊

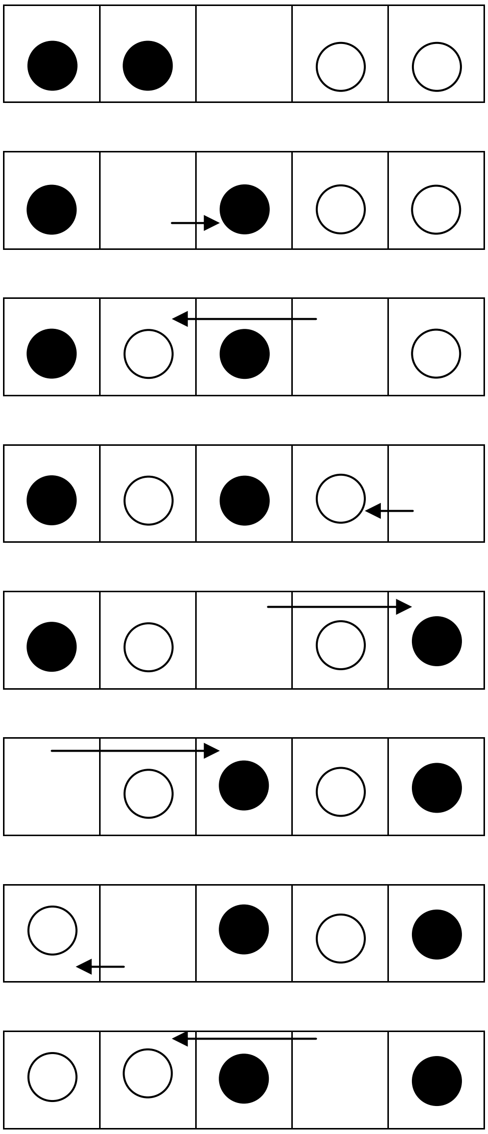
隨著它的一隔空位。

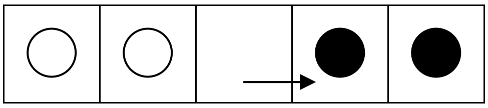
(圖八)爲左右各 1 顆棋子，若要將左右兩邊棋子顏色對調，最少需移動 3 步。



圖八

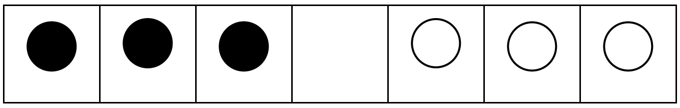
(圖九)爲左右各 2 顆棋子，若要將左右兩邊棋子顏色對調，最少需移動 8 步。





圖九

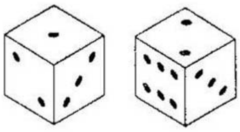
試問：若左右兩邊各 3 顆棋子，如(圖十)時，最少需要移動 x 步才能使左右棋子易位，則 $x=$______________。

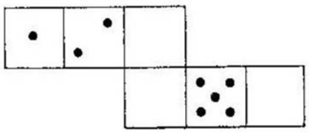


圖十

二、計算題：第 1、3 題，每題 9 分；第 2 題第(1)小題 3 分，第(2)小題 7 分

1. 如(圖十一)為兩個骰子之側面圖。(圖十二)骰子之展開圖中缺了 3，4，6 點。請完成整個展開圖，使骰子正反兩面點數和恆為 7。

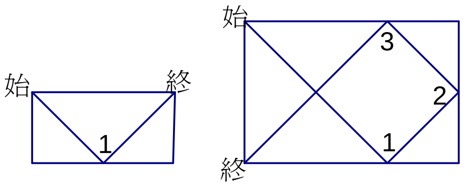




圖十一　　　　　　　　　　　圖十二

注意： 與  兩者方向不同

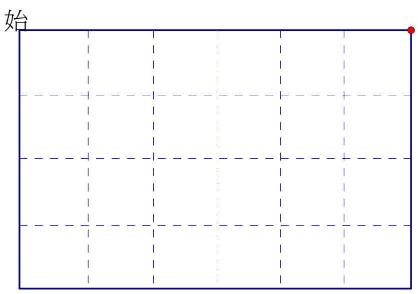
2. 已知某撞球台的長和寬的比為 $m:n$ ，某人從左上角處，沿 45° 角將球打到對邊，然後，球經過幾次碰撞，最後會到另外的三個角落之一。如下圖所示：

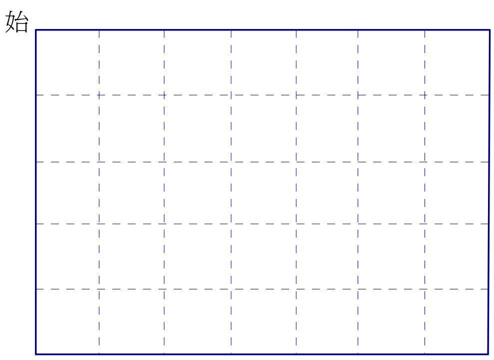


左圖為撞球台的長和寬的比為 $2:1$，此時球經過 1 次碰撞可到另一角落；右圖為撞球台的長和寬的比為 $3:2$ ，此時球經過 3 次碰撞可到另一角落，試問

(1) 若將撞球台的長與寬之比是 $6:4$ 是否可依上述方法將球打到另外一角落？若可以，共碰撞幾次？(請於下方圖十三作圖說明)

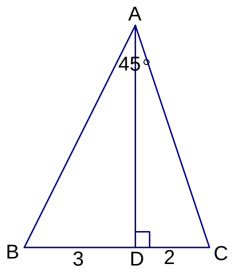
(2) 若將撞球台的長與寬之比是 $7:5$ 是否可依上述方法將球打到另外一角落？若可以，共碰撞幾次？(請於下方圖十四作圖說明)





圖十三　　　　　　　　　　　圖十四

3. 如圖十五，在ΔABC中，$\angle BAC = 45°$，$\overline{AD} \perp \overline{BC}$，$\overline{BD} = 3, \overline{CD} = 2$，求$\Delta ABC$的面積爲______________。



圖十五