

張進通 文教基金會九十四學年度雲嘉南區國中數學競試題目卷(第二試)  
許世賢

※ 答案務必填在答案欄上，否則不予計分。

一、填充題：(每題 6 分,共 72 分)

1. 設  $a = 2^{159}$ ,  $b = 3^{106}$ ,  $c = 7^{53}$ , 試寫出  $a, b, c$  的大小關係.

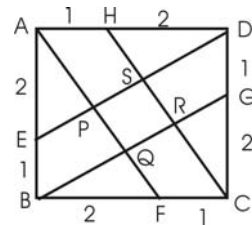
2. 解方程式:  $(16x^2 - 9)^2 + (16x^2 - 9)(9x^2 - 16) + (9x^2 - 16)^2 = (25x^2 - 25)^2$ .

3. 設  $A(-2, -8)$ ,  $B(22, 28)$ , 則在  $\overline{AB}$  上共有幾個格子點?(註:  $x$  與  $y$  座標皆是整數者稱為格子點)

4.  $n$  是自然數,  $1 \times (\frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n}) + 3 \times (\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n}) + 5 \times (\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{n}) + \dots$   
 $+ (2n - 3) \times (\frac{1}{n-1} + \frac{1}{n}) + (2n - 1) \times \frac{1}{n} = ?$

5. 解方程式:  $x^3 + 2\sqrt{3}x^2 + 3x + \sqrt{3} - 1 = 0$

6. 如圖,  $ABCD$  是一正方形,  $E, F, G, H$  分別是各邊 2:1 的內分點, 作  $\overline{AF}, \overline{BG}, \overline{CH}, \overline{DE}$  得四邊形  $PQRS$ , 則四邊形  $PQRS$  與正方形  $ABCD$  的面積比?



7. 有一群細胞, 每小時死亡二個, 剩下的細胞每個分裂為二個, 設最初有 7 個細胞, 則  $n$  小時後有幾個細胞?

8. 在  $\triangle ABC$  中, 若  $\overline{AC} = \sqrt{2}$ ,  $\angle C = 45^\circ$  且過  $A$  的高  $\overline{AD}$ , 過  $B$  的中線  $\overline{BE}$  與  $\angle C$  的內角平分線  $\overline{CF}$  三線共點, 求  $\overline{BC} = ?$

9.  $\triangle ABC$  中,  $\overline{AB} = 6$ ,  $\overline{BC} = 9$ ,  $\overline{CA} = 4$ ,  $\overline{CM}$  為內角  $\angle C$  的分角線且交  $\overline{AB}$  於  $M$ ,  $\triangle ACM$  與  $\triangle BCM$  之內內切分別與  $\overline{CM}$  切於  $P, Q$  二點, 則  $\overline{PQ} = ?$

10. 設  $n$  是整數, 將  $|n^5 + 25n^2 - n + 25|$  分解成二質數  $a$  與  $b$  的乘積, 但  $a, b$  可以是相同或相異, 試將所有  $a \times b$  的可能狀況一一列出。

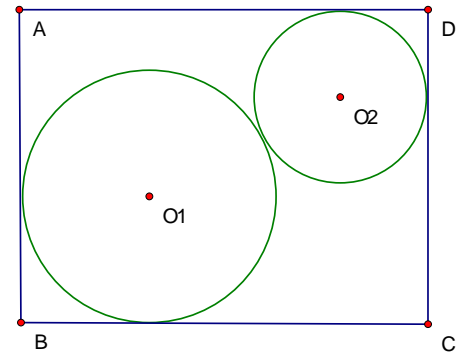
11. 自 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 這 9 個數中任意挑選出三個不同的數字, 而此三個數字可排成 6 個三位數. 又這 6 個三位數的總和介於 4500 ~ 5000 之間, 則這種數字的挑選方法共幾種?

12. 設  $\triangle ABC$  的三邊長構成三個連續整數, 且  $\angle B = 2\angle C$ , 則三邊長?

※背面尚有題目※

二、計算證明題:(每題 7 分,共 28 分)

- 1.如圖,在矩形 $ABCD$ 中,已知 $\overline{AB} = 8, \overline{BC} = 9$ ,圓 $O_1$ 與 $\overline{AB}, \overline{BC}$ 相切,圓 $O_2$ 與圓 $O_1$ 及 $\overline{AD}, \overline{DC}$ 相切,試求二圓面積和的最大值與最小值?



- 2.已知直線 $L_1 : x + 3y - 9 = 0$ , 又直線 $L_2$ 過點 $P(3,2)$ 且與 $L_1, x$ 軸圍成一個等腰 $\Delta$ , 求直線 $L_2$ 的方程式?

3. $\Delta ABC$ 中,  $\overline{AB} = c, \overline{BC} = a, \overline{CA} = b$ , 且 $h_a, h_b, h_c$ 分別為 $\overline{BC}, \overline{CA}, \overline{AB}$ 邊上的高.  
試證:  $(b + c)h_a + (c + a)h_b + (a + b)h_c \geq 12S$ , 其中 $S$ 是 $\Delta ABC$ 面積.

- 4.在 $\Delta ABC$ 所在的平面外找一點 $D$ , 作 $\overline{DA}, \overline{DB}, \overline{DC}$ , 則得四面體 $D - ABC$ , 如圖所示.若四面體 $D - ABC$ 中,  $\angle BAC + \angle CAD + \angle DAB = \angle ABC + \angle CBD + \angle DBA = 180^\circ$ , 試證:  $\overline{CD} \geq \overline{AB}$ .

