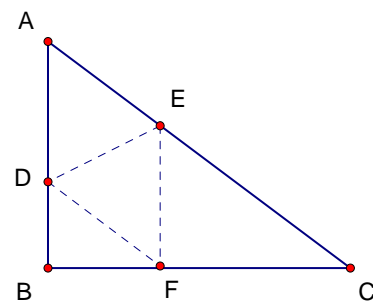


張進通、許世賢文教基金會九十四學年度雲嘉區國中數學競試試題（第一試）

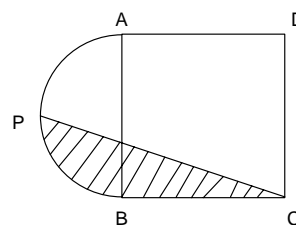
一、填充題（每題 6 分，共 66 分）

1. a, b 是實數，已知 α, β 是 $x^2 + ax + b = 0$ 的二根， $\alpha - 1, \beta - 1$ 是 $x^2 - bx + a = 0$ 的二根，則數對 $(a, b) =$ _____
2. 一正立方體 A 若連接其中四個頂點可形成一個正四面體 B 時，則 $\frac{A \text{ 的表面積}}{B \text{ 的表面積}} =$ _____
3. 設 x 為實數，且 $\sqrt{2x^2 + 3x + 2} = \sqrt{2x^2 - 3x + 2} - 2$ ，則 $x =$ _____
4. 設 a 為正實數，且 $\frac{5a}{2a+1}$ 是整數，則 a 的最小值為 _____
5. 袋中有編號 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 的十個球，甲任意從袋中抽出一球，其號碼為 x ，再把球放回去，乙再抽出一球，其號碼為 y ，則 $3^x + 7^y$ 的個位數字為 8 的機率為 _____
6. 一直圓錐的高為 2，底半徑為 2，則內接於此圓錐的圓柱的最大側表面積為 _____ 平方單位。
7. 設 x, y 是整數，且 $\begin{cases} xy + x + y + 19 = 0 \\ x^2y + xy^2 + 20 = 0 \end{cases}$ ，則 $x^2 + y^2 =$ _____
8. 直角 $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = 6$ ， $\overline{BC} = 8$ ， $\overline{AC} = 10$ ，在 \overline{AB} 邊上取一點 D ， \overline{AC} 邊上取一點 E ，而且沿著 \overline{DE} 向下摺下去，使 A 點恰好在 \overline{BC} 邊上的 F 點（如圖）則 \overline{BD} 長為 _____
9. 設 x, y 為實數，且 $xy \neq 0$ ，若 $\frac{7x-3y}{x} = \frac{x+3y}{y} = k$ ，則 $k =$ _____
10. 設 n 是整數，且 $n^4 - 38n^2 + 169$ 是個質數，則 $n =$ _____
11. 設 x 為正整數，且 $\sqrt{384 - 12x}$ 也是正整數，則 $x =$ _____



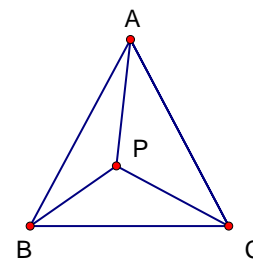
二、計算證明題（共 34 分）

1. (9%) 正方形 $ABCD$ 的邊長是 4， P 是以 \overline{AB} 為直徑的半圓弧 AB 的中點，連結 \overline{CP} 後，求斜線部分的面積？



2. (9%) 設 x 為實數，若 $\frac{x}{x^2+x+1} = \frac{1}{5}$ ，則 $\frac{x^3}{x^6+x^3+1} = ?$

3. (9%) 已知 $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB} = \overline{AC}$ ， P 是三角形內任一點且 $\angle APB > \angle APC$ ，試證 $\overline{BP} < \overline{CP}$ 。



4. (7%) 已知「托勒密定理」：圓內內接任意四邊形 $ABCD$ 中（如右圖），

$$\overline{AB} \times \overline{CD} + \overline{AD} \times \overline{BC} = \overline{AC} \times \overline{BD}$$

若正五邊形 $PQRST$ 之邊長 1，求對角線 \overline{PR} 之長？

