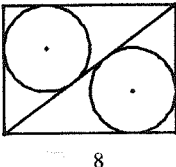


國立嘉義高級中學 109 學年度科學班甄選入學科學能力檢定 數學科能力檢定試題

填充題(每題 5 分；其中第六題(1)2 分，(2)3 分，共 100 分)

1. a 是最接近 $\sqrt{2020}$ 的正整數， b 為 $\sqrt{109}$ 的整數部分，則 $a^2 - b^2 = ?$
2. 方程式 $109x^2 - 109^{109} = 0$ 的解為何？(有兩解)
3. O 為 $\triangle ABC$ 三條內角平分線的交點，若 $\angle AOB : \angle BOC : \angle AOC = 4 : 5 : 6$ ，則 $\angle ABC = ?$
4. 如果一個五位數能被 9 整除，且其各位數字的乘積為質數，則所有滿足這條件的五位數的平均為何？
5. 有一矩形的長寬分別為 6 和 8，畫出其中一條對角線，然後在兩個三角形內畫出內切圓。試求出這兩個圓的圓心距離為何？

6. 某虛擬遊戲中，敵方陣營會派出吃人類糧食的怪獸來佔領我方的城池，而我方每一位英雄在與怪獸對戰時的戰鬥力如下設定：第一個小時可以殺 600 隻怪獸，第二個小時可以殺 500 隻怪獸，第三個小時可以殺 400 隻怪獸...，以此類推至第七個小時體力歸零，無法殺敵需休息一小時後可恢復原始戰力繼續再戰。而敵人每經過一個小時可以魔法讓剩餘的怪獸數量瞬間變為現有數量的 2 倍。已知一開始有 100 個英雄，
 (1) 10 萬隻怪獸多久會被完全殲滅？或永遠無法被殲滅？
 (2) 10.2 萬隻怪獸多久會被完全殲滅？或永遠無法被殲滅？
7. 已知二次函數 $y = -(x-2)^2 - 2020$ 的圖形上有兩點 $A(m, -4027)$ 及 $B(n, -4027)$ ，當點 $C(m+n, p)$ 也在此函數圖形上時，則 $p = ?$
8. 阿德賣 150 公斤的香蕉，第一天每公斤賣 50 元；沒賣完的部份，第二天降價為每公斤 40 元；第三天再降為每公斤 36 元，到第三天全部賣完，三天所得共為 6700 元。假設阿德在第三天所賣香蕉的公斤數為 t ，可算得第二天賣出香蕉的公斤數為 $at+b$ ，則數對 (a, b) 為何？
9. 某服飾品牌計畫在 A、B、C、D、E、F 六個城市設立門市。成立之初，準備在六個城市共設立 27 間分店，每個城市至少有 4 家分店，例如：A、B、C、D、E、F 的分店數可能分別為 4、4、4、4、4、7 或 5、5、5、4、4、4 或...其他。為使各家分店之間能夠迅速調貨，要求在不同城市中，任兩家分店之間必須設置一條快遞路線。同一城市中的分店不需設置快遞路線。請問最少需要幾條快遞路線？
10. 已知一正整數 N 之二進位表示法為 $(a_k a_{k-1} \cdots a_1 a_0)_2$ 時，代表

$$N = a_k \cdot 2^k + a_{k-1} \cdot 2^{k-1} + \cdots + a_1 \cdot 2^1 + a_0 \cdot 2^0, \text{ 其中 } a_0, a_1, \cdots, a_k \text{ 皆為 } 0 \text{ 或 } 1$$

又一純小數 M 之二進位表示法為 $(0.b_1 b_2 b_3 \cdots)_2$ 時，代表

$$M = b_1 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^1 + b_2 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 + b_3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 + \cdots, \text{ 其中 } b_1, b_2, b_3, \cdots \text{ 皆為 } 0 \text{ 或 } 1$$

而有限小數皆可表為 $N + M = (a_k a_{k-1} \cdots a_1 a_0 . b_1 b_2 b_3 \cdots)_2$

根據以上定義，試將 $(1.100111)_2 + (10.101001)_2$ 表為十進位。

