

數學實作測驗及觀察試題

填充題：每題 5 分，總分 100 分。

1. $\sqrt{60}$ 的小數部分為 k ，將 $\sqrt{1-k}$ 化為 $\sqrt{a}-\sqrt{b}$ 的形式，其中 a, b 為整數，則數對 $(a, b)=$ _____

2. 設 $a^{\frac{1}{2}} - a^{-\frac{1}{2}} = 3$ ，求 $\frac{a^2 + a^{-2} - 1}{a^{\frac{3}{2}} - a^{-\frac{3}{2}} + 4} =$ _____

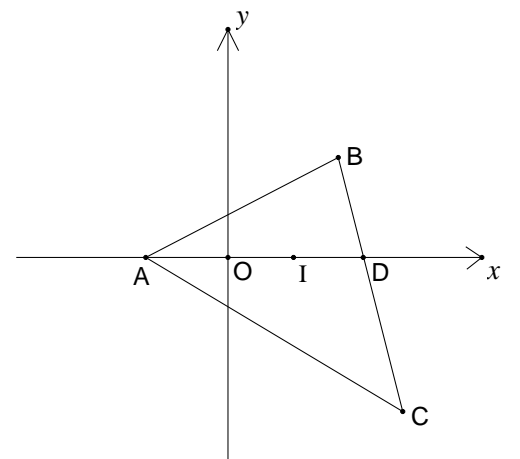
3. 設 $f(x) = x^4 - 3x^3 + 6x^2 + 2x - 60$ ，已知 $f(x) = 0$ 有一根 $1 - 3i$ ，則 $f(x) < 0$ 之解為_____

4. 滿足 $3||x| - 5| \leq 11$ 的整數解有_____個。

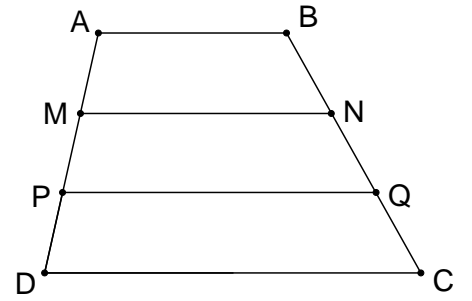
5. 設 $a = \frac{1^2}{1} + \frac{2^2}{3} + \frac{3^2}{5} + \dots + \frac{101^2}{201}$ ， $b = \frac{1^2}{3} + \frac{2^2}{5} + \frac{3^2}{7} + \dots + \frac{101^2}{203}$ ，則最接近 $a - b$ 的整數為_____

6. 設 $f(x) = x^4 - 8x^3 + 25x^2 - 30x + 9$ ，求 $f\left(\frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{8}}\right) =$ _____

7. 如右圖， $\triangle ABC$ 中， $A(-2, 0)$ ， $B(3, 3)$ ， D 為 \overline{BC} 與 x 軸之交點，且 $\triangle ABC$ 之內心 I 在 \overline{AD} 上，若 \overline{AC} 之直線方程式為 $3x + my + n = 0$ ，求數對 $(m, n) =$ _____



8. 如右圖，梯形 $ABCD$ 中， $\overline{AB} \parallel \overline{MN} \parallel \overline{PQ} \parallel \overline{DC}$ ， $\overline{AM} = \overline{MP} = \overline{PD}$ ， $\overline{CD} = 2\overline{AB}$ ，求梯形 $ABNM$ 面積：梯形 $ABQP$ 面積：梯形 $ABCD$ 面積 = _____。



9. x 為實數，則多項式函數 $f(x) = -2(2x^2 + 4x + 3)^2 + 4(x^2 + 2x - 1) + 3$ 的最大值為 _____。
10. 若 a, b, c, d 為實數， $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + (d + i)$ 且 $f(1 + i) = 5 + 3i$ ，則 $f(1 - i) =$ _____。
11. 已知三角形 ABC 之三內角為 $\angle A = 36^\circ$ ， $\angle B = \angle C = 72^\circ$ ，若 $\overline{AB} = 2$ ，則 $\overline{BC} =$ _____。
12. 解不等式 $\frac{1}{x} - \frac{1}{x+2} < 2$ ，得 x 的範圍為 _____。
13. 已知 $3x^3 - 4x^2 - 2x + 2 = 0$ 的三根為 α, β, γ ，則 $(\alpha + \beta - 3\gamma)(\beta + \gamma - 3\alpha)(\gamma + \alpha - 3\beta) =$ _____。
14. 試解方程式 $\sqrt{(x+4)^2 + 1} + \sqrt{(x-4)^2 + 1} = 10$ ， $x =$ _____。

15. 設有兩個等差數列 $\langle a_n \rangle$ ， $\langle b_n \rangle$ ，且此兩等差數列各自的前 n 項總和比為 $(7n+2):(5n-2)$ ，

$n=1, 2, 3, \dots$ 。試求此兩數列的第 13 項比值 $\frac{a_{13}}{b_{13}} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

16. 二次函數 $f(x) = ax^2 + bx + c$ ，當 $x=3$ 時， $f(x)$ 有最大值 10，若其函數圖形與 x 軸交點為 A 、 B ，

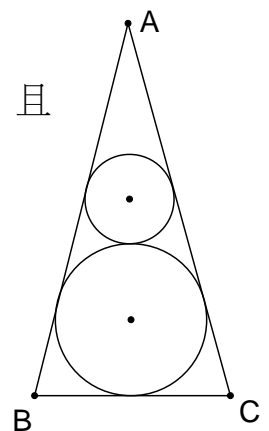
且 $\overline{AB} = 4$ ，求 $a+b+c = \underline{\hspace{2cm}}$

17. 設 $f(x) = x^3 + px^2 + qx + r$ 滿足：(1) $f(x)$ 除以 $x^2 + x + 1$ 得餘式 $5x - 3$ (2) $f(x)$ 除以 $x - 1$ 得餘式 -4 。

則方程式 $f(x) = 0$ 的解為 $x = \underline{\hspace{2cm}}$

18. 如右圖，一個半徑為 1 的圓與一個半徑為 2 的圓外切， $\triangle ABC$ 的邊與兩圓相切，且

$\overline{AB} = \overline{AC}$ ，求 $\triangle ABC$ 的面積為 $\underline{\hspace{2cm}}$



19. 設 x, y 為兩正數，且滿足 $(x-y)(x-3y)(x+4y)(x+2y) - 144y^4 = 0$ ，則 $\frac{x}{y} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

20. 已知 $n! = 1 \times 2 \times 3 \times \dots \times n$ ，例如： $5! = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 = 120$ ； $10! = 1 \times 2 \times 3 \times \dots \times 10 = 3628800$ 。可知 $5!$

最末位有 1 個 0， $10!$ 的末位有 2 個連續的 0。則 $100!$ 的末位有 $\underline{\hspace{2cm}}$ 個連續的 0。