

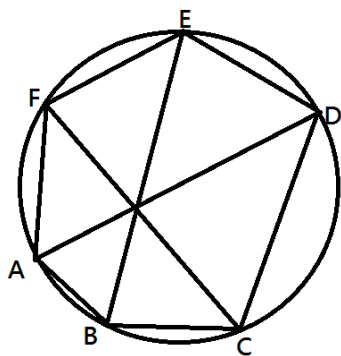
科學實驗實作(一)數學科試題

本試卷有 4 大題，都是問答題或證明題，將依你答題的嚴謹性與完整性評分，請在答案卷上有條理的作答。無合理推論步驟的答案將無法獲得分數。

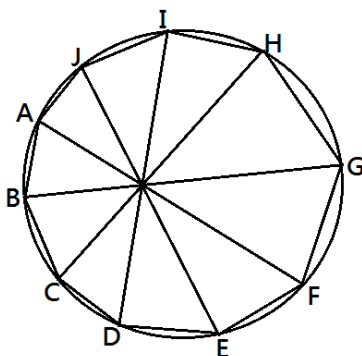
1. 右示意圖為長 200 公分，寬 100 公分的撞球桌。今有一母球停在 P 點位置，距 \overline{AB} 邊 80 公分，距 \overline{AD} 邊 20 公分；有一紅球停在 Q 點位置，距 \overline{AB} 邊 10 公分，距 \overline{BC} 邊 40 公分。



- (1) 設 \overline{AD} 邊上有一點 R。若將母球由 P 點瞄準 R 點擊出，則母球會先反射撞向 \overline{AB} 邊上一點 S，之後再反射碰撞到停在 Q 點的紅球。試問 $\overline{AR} = ?$ $\overline{BS} = ?$ (10 分)
- (2) 現母球由 P 點朝 \overline{AD} 邊擊出，先後碰撞 \overline{AD} 邊、 \overline{AB} 邊和 \overline{BC} 邊。試問母球是否有機會在經過三次反射碰撞後，才碰撞到停在 Q 點的紅球？若有，請描述每邊撞擊點的位置；若沒有，請說明理由。 (20 分)
2. 平面上有 n 條直線，其中任 2 條均不平行，且任 3 條沒有共同交點，這 n 條直線將平面分成 m 個區域。試問
- (1) 當 n=5 時，m 值為何？ (5 分)
- (2) 試以 n 表示 m 值。 (10 分)
- (3) 至少需要幾條直線才可以將平面分割出 100 個區域以上？ (10 分)
3. (1) 如圖(一)，圓內接六邊形 ABCDEF，其中 \overline{AD} ， \overline{BE} ， \overline{CF} 共點。
試證明 $\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} \cdot \frac{\overline{CD}}{\overline{DE}} \cdot \frac{\overline{EF}}{\overline{FA}} = 1$ 。 (10 分)
- (2) 如圖(二)，圓內接十邊形 ABCDEFGHIJ，其中 \overline{AF} ， \overline{BG} ， \overline{CH} ， \overline{DI} ， \overline{EJ} 共點。
試列出 10 個邊 \overline{AB} ， \overline{BC} ， \overline{CD} ， \overline{DE} ， \overline{EF} ， \overline{FG} ， \overline{GH} ， \overline{HI} ， \overline{IJ} ， \overline{JA} 的關係式，並證明之。
..... (10 分)



圖(一)



圖(二)

4. 考慮方程式 $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = m$ ，已知 $x \geq y \geq z$ 且 $|z| \leq 4$ ，試列出滿足此方程式的所有整數數對 (x, y, z, m) 。 (25 分)

試題結束