國立嘉義高中102學年度學術性向資賦優異【數理類】複選暨高瞻班複選測驗

數學實作測驗及觀察試題

填充題：共20題，每題5分，共100分。

1. 設一實數的等比數列的第7項為16，第10項為128。如果此數列的前 n 項之總和大於 10^5，則 n 的最小值為__________。

2. 化簡 $(\frac{1}{\sqrt{3-\sqrt{8}}})^4+4(\frac{1}{\sqrt{3-\sqrt{8}}})^3+4(\frac{1}{\sqrt{3-\sqrt{8}}})^2+4(\frac{1}{\sqrt{3-\sqrt{8}}})-5$ 之值為__________。

3. 設多項式 $f(x)$ 除以 $(x-1)$ 得商式為 $x^{2014}-3x^{103}-1$，餘式為6，求 $f(x)$ 除以 $(x-1)^2$ 的餘式為__________。

4. 已知 $f(x)$ 為三次多項式且首項係數為1，若 $f(\log_2 3)=\log_2 3$，$f(\log_2 6)=\log_2 6$，$f(\log_2 12)=\log_2 12$，求 $f(\log_2 48)-\log_2 48$ ＝__________。

5. 若多項式滿足 $f(x)$ 與 $g(x)$ 滿足 $f(x)-2g(x)=x^5+5x^2+6\log 5$，且 $g(x)$ 除以 $x+2$ 的餘式為 $\log 8$，$f(1)=2$，則 $f(x)$ 除以 x^2+x-2 的餘式為__________。

6. 若 α、β 為整係數方程式 $10x^4+ax^3+bx^2+cx+3=0$ 的兩個正有理根，且 $\alpha+\beta=\frac{16}{5}$，則方程式的另兩根之積為__________。

7. 已知 a、b 皆為正數，且 $ab=64$，$a^{\log_2 b}=8$，求 $(2+\log_2 a)(2+\log_2 b)(\log_a b+\log_b a)$ ＝__________。

8. 設 a、b 為實數，方程式 $x^3+ax^2+bx+32=0$ 有一實數根及二虛根 2α 、 α^2，求數對 (a,b)＝__________。

9. 設二次函數 $f(x)$ 滿足 $f(x+2)=f(-x+2)$，其圖形與 x 軸所截的線段長為6，在 y 軸上的截距為10，則 $f(x)$＝__________。

10. 已知 $<a_n>$ 是首項 a_1 且公比 r 的等比數列，且對於任意正整數 n，都滿足 $a_n>0$，令 $S_n=\log a_1+\log a_2+\log a_3+\cdots+\log a_n$。若 $S_{36}=S_{29}$ 時，$a_1=r^k$，求 k＝__________。

11. 當 $-1\le x\le 2$ 時，$f(x)=x^2-2mx+2m+3$ 之值恆正，求實數 m 的範圍為__________。

12. 若方程式 $x^2+(1-2n)x+n^2=0$ 的兩根為 α_n 、 β_n ，則

$$\frac{1}{(\alpha_1+1)(\beta_1+1)}+\frac{1}{(\alpha_2+1)(\beta_2+1)}+\frac{1}{(\alpha_3+1)(\beta_3+1)}+\cdots+\frac{1}{(\alpha_{10}+1)(\beta_{10}+1)}=$$ __________ 。

13. 設 α、β、γ 為方程式 $x^3+x^2+2x+1=0$ 的三根，求以 α^3 、 β^3 、 γ^3 為三根的三次方程式為__________。

14. 設 $f(x)=|x^2-3x|-x+1$，求方程式 $f(f(x))=1$ 有__________個相異實數解。

15. 對所有實數 x 與 y， $3^x+3^{-y}=f(x)+f(y)+g(x)-g(y)$ 恆成立，且 $g(0)=0$ 。求 $f(1)+g(2)$＝__________。

16. 已知正整數 n 滿足 $2n$ 有 75 個正因數，$3n$ 有 80 個正因數，求 $6n$ 有__________個正因數。

17. 求方程式 $\log_2(\frac{1}{2^{x+1}}+\frac{1}{3^{x-1}})=x(\log_2 3-2)$ 的解為 x＝__________。

18. $[x]$表示小於或等於 x 的最大整數，例如 $[2.1]=2$，$[-4.3]=-5$，$[6]=6$。若滿足 $[x^2]=[(x+3)^2]$ 的 x 之範圍為 $b\le x\le a$，則 $a-b$＝__________。

19. 設 A,B 均為四位數，已知 $\log_{10}A=m+\log_{10}n$ ，其中 m,n 為正整數。若 B 的千位數與百位數之和為 $5n-4$ ，且 $A-B=5m-n-2$ ，求數對(A,B)＝__________。

20. 已知 a 是自 10001 開始的 10000 個連續整數之乘積，b 是自 1 開始的 10000 個連續奇數之乘積，令 $\left(\frac{a}{b}\right)^{\frac{1}{100}}=n$ ，求 n 是__________位數的整數。

～ 試題到此結束 ～