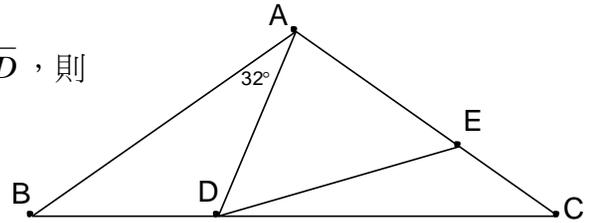


國立嘉義高中 109 學年度學術性向資賦優異【數理類】複選評量—數學能力評量試題

填充題：共 20 題，每題 5 分，共 100 分

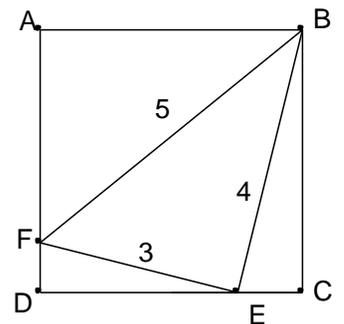
1. 小賴參加了五次數學測驗，每次得到的分數都是 0 分到 100 分中的整數，且前四次的分數都相同，第五次的分數高於其他四次。若這五次的平均分數是 82 分，則小賴最後一次測驗所得的分數有_____種可能。

2. 如圖， $\overline{AB} = \overline{AC}$ ， D 、 E 分別在 \overline{BC} 及 \overline{AC} 上， $\angle BAD = 32^\circ$ ， $\overline{AE} = \overline{AD}$ ，則 $\angle EDC =$ _____。



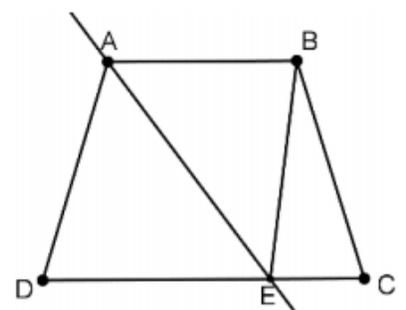
3. 2020 年 6 月 21 日下午在台灣某些地區可以欣賞到日環食，一般能觀賞太陽的理想太陽減光片最大透射率約為 0.003%。今小明手邊只有光照透射率為 10% 的墨鏡，則小明必須至少配戴_____副此種墨鏡才能達到理想的透射率等級。
(事實上觀賞太陽時，傷害眼睛的除了可見光外，還有紫外線、紅外線等，所以一般墨鏡不論配戴幾副仍不適合直接觀賞太陽。)

4. 如圖，邊長為 3、4、5 公分的直角三角形，其一個頂點與正方形的頂點 B 重合，另兩個頂點分別在正方形的兩條邊 \overline{AD} 、 \overline{DC} 上，則正方形 $ABCD$ 的面積為_____平方公分。



5. 有甲、乙兩盒巧克力，裡面各裝有若干大小、重量皆相同的黑、白巧克力，已知甲、乙兩盒巧克力的總數比為 3：4，其中甲、乙兩盒的黑巧克力數量比為 3：5，甲盒中黑巧克力和白巧克力的數量比為 1：2。若將甲、乙兩盒巧克力混合後，從中隨機拿取一顆巧克力，則拿到「白」巧克力的機率為_____。

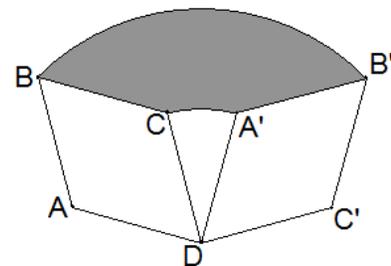
6. 如圖，四邊形 $ABCD$ 為等腰梯形， $\overline{AB} = 10$ 、 $\overline{BC} = 12$ 、 $\overline{CD} = 17$ ，若 $\angle DAB$ 的角平分線交 \overline{CD} 於 E 點，則 $\triangle ADE$ 和四邊形 $AECB$ 的面積比為_____。



7. $\triangle ABC$ 中， M 、 N 分別為 \overline{AB} 、 \overline{AC} 中點，且 $\overline{BN} \perp \overline{CM}$ ，又 $\overline{AB} = 8$ ， $\overline{AC} = 6$ ，則 $\triangle ABC$ 的面積為_____。

8. 若二次函數 $y = f(x) = ax^2 + bx + c$ 之頂點為 $(1, 5)$ ， $y = g(x) = cx^2 + bx + a$ 之頂點為 $(\frac{3}{8}, k)$ ，則序對 $(a, b, c) =$ _____。

9. 如圖，菱形 $ABCD$ 中， $\angle A = 120^\circ$ ， $\overline{AD} = 1$ ，今以 D 為圓心，將菱形 $ABCD$ 以順時針方向旋轉 90 度後至 $A'B'C'D$ ，則圖中的灰色區域面積為_____。



10. 在1766年，天文學家波德提出有名的『波德法則』：行星與太陽的平均距離 d （天文單位）可以用數學式子 $d = \alpha + \beta \cdot 2^n$ 表示，而行星所對應的 n 值如右表所示。已知金星與太陽的平均距離為0.7天文單位，且火星與太陽的平均距離為1.6（天文單位），則天王星與太陽的平均距離為金星與太陽的平均距離的_____倍。

行星	對應的 n 值
金星	0
地球	1
火星	2
木星	4
土星	5
天王星	6

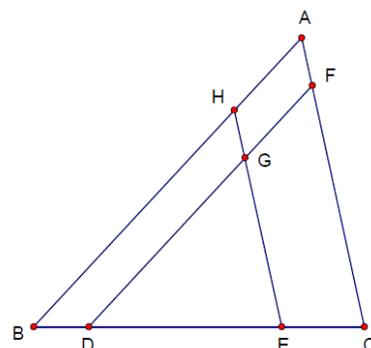
11. 將35的十位數字與個位數字分別加上2，得到5及7，將此兩數相乘等於原來的二位數35。試問所有滿足此現象的二位數其總和為_____。

12. 已知一三角形之三條高分別為12、15、20，則此三角形面積為_____。

13. a 、 b 為正整數且滿足 $\sqrt{189} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$ ，則 $a + b =$ _____。

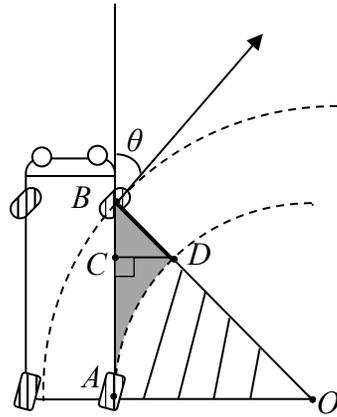
14. 在坐標平面上， $A(0, 6)$ ， $B(8, 6)$ ， $C(14, 0)$ ， $D(0, 0)$ ，若直線 $y = mx$ 將四邊形 $ABCD$ 分割成相等面積的兩塊圖形，則 $m =$ _____。

15. 如圖，在 $\triangle ABC$ 中， D 、 E 均在 \overline{BC} 上，且 $\overline{BD} : \overline{DE} : \overline{EC} = 2 : 7 : 3$ 。若 $\overline{DF} \parallel \overline{AB}$ ，交 \overline{AC} 於 F ， $\overline{EH} \parallel \overline{AC}$ ，交 \overline{AB} 於 H ，且 \overline{DF} 、 \overline{EH} 相交於 G 。則四邊形 $AHGF$ 的面積與 $\triangle ABC$ 面積的比為_____。



16. 依汽車基本構造與作用原理，當汽車轉彎的時候，其前後輪前進的軌跡不相同，也就是會產生偏移，此種情形稱為輪差。在轉彎內側者，稱為「內輪差」。而內輪差隨著前後車輪軸距的長度及轉向角度而有所不同。通常車身愈長（即軸距越長）內輪差就愈大。

如圖所示：當前輪轉向角度為 θ 時，輪A(內側後輪)的旋轉半徑為 \overline{OA} ， \widehat{AD} 為輪A的行進軌跡。輪B(內側前輪)的旋轉半徑為 \overline{OB} 。則灰色區域為內輪差危險區域，斜線區域為安全區，其中D點為距離汽車之理論安全位置，即當行人與汽車之垂直距離 $>\overline{CD}$ 時，理論上能確保行人之安全。(其中箭頭所指為切線方向)



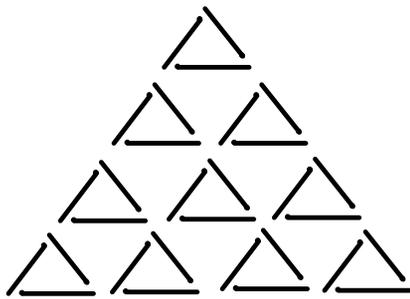
假設有一大貨車前後車輪軸距 $\overline{AB} = 400$ 公分，轉向角度 $\theta = 45^\circ$ ，則理論安全距離 \overline{CD} 為_____公分。
(答案四捨五入至整數位， $\sqrt{2} \approx 1.414$)

17. 小明手邊有 2020 根火柴棒，他用這些火柴棒排出一個三角形狀的圖形，如圖所示：

第一列→

第二列→

第四列→



往下繼續排。若小明最多可以排到 k 列，且最後剩下 m 根火柴棒，則數對 $(k, m) =$ _____。

18. 設 a, b 是實數， x_1, x_2 是方程式 $x^2 + ax + b = 0$ 的兩個根，且 $x_1^3 + x_2^3 = x_1^2 + x_2^2 = x_1 + x_2$ ，則滿足前述所有條件的數對 (a, b) 有_____。(不只一解)

19. 設 $a = \sqrt{11 \times 12 \times 13 \times 14 + 1}$ ， $b = \sqrt{21 \times 22 \times 23 \times 24 + 1}$ ，則 $a + b =$ _____。

20. x 為任意實數，則函數 $f(x) = (x^2 + 2x)^2 + 6(x^2 + 2x) + 1$ 的最小值為_____。