

國立嘉義高中 110 學年度學術性向資賦優異【數理類】複選評量—數學能力評量試題

填充題：每題 5 分，共 20 題，共 100 分。

1.  $\frac{2024 \times 2018 - 114^2 + 8 \times 110 + 25}{2021^2 + 110(110 + 4042)} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。(分子分母皆為四位數的分數)

2.  $1 + \frac{1}{3 + \frac{1}{3 + \frac{1}{3 + \frac{1}{3 + \dots}}}} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

3. 有三位獵人在和奇枒比身高，電歐力比奇枒高出的身高占自己的  $\frac{2}{5}$ ，酷拉波卡比奇枒高出的身高占自己的  $\frac{1}{4}$ ，小櫟比奇枒高出的身高占自己的  $\frac{1}{6}$ ，又已知電歐力、酷拉波卡、小櫟三人身高總和為 504 公分，則請問奇枒的身高為         公分。

4. 設  $a$  為整數，若  $a$  減掉 56 之後為一個完全平方數， $a$  加上 12 亦為另一個完全平方數，則  $a = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

5.  $1 + 8 + 8^2 + 8^3 + 8^4 + \dots + 8^{2021}$  的個位數字為         。

6. 若一數可以表示成另一個整數的三次方，例： $a = b^3$ ，其中  $a$ 、 $b$  為整數，則稱  $a$  為完全立方數。今有一正整數數列  $1, 2, 3, \dots, n$ ，並將此數列中完全平方數和完全立方數拿掉，試問第 2021 項為         。

7. 有一筆數據  $1, 2, 3, \dots, n$ ，由 1 到  $n$  連續  $n$  個正整數構成，若此筆數據的第 1 四分位數為 130，且第 40 百分位數為 207，則  $n = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

8. 一家高中的午餐菜單如下，每份套餐包含湯頭、主餐、副食、甜點：

湯頭：海鮮湯、昆布湯、麻辣湯、牛奶湯
主餐：牛肉、豬肉、雞肉、羊肉、海鮮
副食：白飯、烏龍麵、冬粉、意麵
甜點：芋香西米露、紫米紅豆湯、蜂蜜焦糖布丁

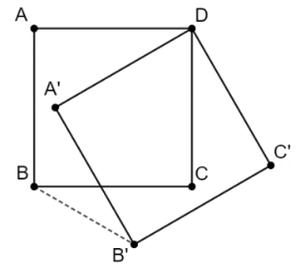
給客人建議：「牛奶湯」不宜搭配「海鮮」主餐，而「牛肉」不宜搭配「蜂蜜焦糖布丁」。

若遵循以上建議能搭配出          種不同的套餐。

9.  $\triangle ABC$  中，點  $D$  為  $\overline{BC}$  的中點， $H$  在  $\overline{AC}$  上且  $\overline{BH} \perp \overline{AC}$ 。若  $\overline{AB} = 24$ ， $\overline{AC} = 35$ ， $\overline{BC} = 30$ ，連接  $\overline{DH}$ ， $\overline{DH} =$  \_\_\_\_\_。

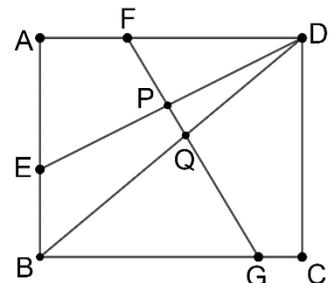
10.  $\underbrace{\sqrt{110 + \sqrt{110 + \sqrt{110 + \cdots + \sqrt{110}}}}}_{110\text{個}}$  介於兩個正整數  $n, n+1$  之間，試問  $n =$  \_\_\_\_\_。

11. 如右圖，正方形  $ABCD$  邊長為 2，固定  $D$  點逆時針旋轉  $30^\circ$  得到正方形  $A'B'C'D$ ，則  $\overline{BB'}$  = \_\_\_\_\_。



12. 若一次函數  $f(x)$  圖形不通過第一象限，且和二次函數  $g(x) = x^2 + 4x + 2$  在  $y$  軸上有一交點，而合成函數  $f(f(x))$  圖形與兩軸所夾面積為 4，則  $f(x) =$  \_\_\_\_\_。

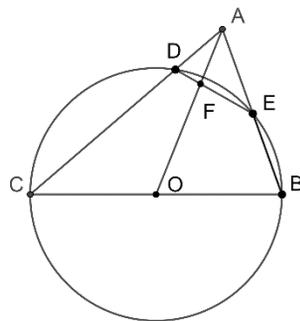
13. 如右圖，長方形  $ABCD$  中， $\overline{AB} = 5$ ， $\overline{BC} = 6$ 。點  $E$  在  $\overline{AB}$  邊上且  $\overline{EB} = 2$ ，點  $G$  在  $\overline{BC}$  上且  $\overline{CG} = 1$ ，點  $F$  在  $\overline{AD}$  上且  $\overline{AF} = 2$ 。若線段  $\overline{DE}$  及  $\overline{DB}$  分別交  $\overline{FG}$  於  $P$  及  $Q$ ，則  $\frac{\overline{PQ}}{\overline{FG}} =$  \_\_\_\_\_。



14. 有兩個等差數列之前  $n$  項和的比為  $(4n-3) : (3n+7)$ ，則其第 11 項的比為 \_\_\_\_\_。

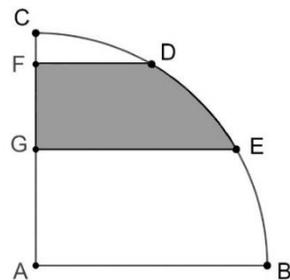
15. 有一大一小兩輛汽車，油箱總容量為 70 公升。今兩油箱皆為空的，將小車油箱加滿無鉛汽油需要 1050 元，將大車油箱加滿柴油需要 1200 元，且每公升無鉛汽油比柴油多 5 元，請問大車油箱容量為\_\_\_\_\_公升。

16. 如右圖， $O$  為圓心，點  $B$ 、 $C$ 、 $D$ 、 $E$  在圓上，連接  $\overline{CD}$  和  $\overline{BE}$  交於  $A$ ， $\overline{AO}$  和  $\overline{DE}$  交於  $F$ 。已知  $\overline{BE} = \overline{ED}$ ， $\overline{BC} = 6$ ， $\overline{AB} = 4$ ，則  $\overline{FO} =$ \_\_\_\_\_。

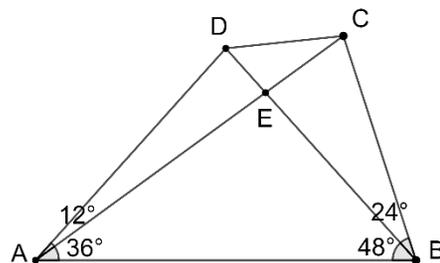


17. 設二次實係數多項式函數  $f(x) = ax^2 - 6ax - b$  開口向下，且在區間  $-1 \leq x \leq 6$  上的最大值為 7，最小值為  $-25$ ，試求數對  $(a, b) =$ \_\_\_\_\_。

18. 如右圖， $A$  為圓心， $\overline{AB}$  為半徑， $\overline{AB} = 5$ ， $\angle CAB = 90^\circ$ ， $\widehat{CD} = \widehat{DE} = \widehat{EB}$ ，試求著色面積為\_\_\_\_\_。



19. 如右圖，四邊形  $ABCD$  中，對角線  $\overline{AC}$  和  $\overline{BD}$  交於點  $E$ ， $\angle DAC = 12^\circ$ ， $\angle CAB = 36^\circ$ ， $\angle DBA = 48^\circ$ ， $\angle CBD = 24^\circ$ ，則  $\angle ACD =$ \_\_\_\_\_。



20. 已知正整數  $a, b$  滿足  $\frac{43}{a} - \frac{47}{b} = -1$ ，若  $a$  的最大值和最小值分別為  $M, m$ ，則  $M + m =$ \_\_\_\_\_。