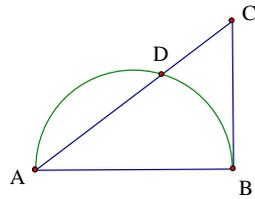


國立嘉義高中 107 學年度 學術性向資賦優異 【數理類】複選評量—數學能力評量試題

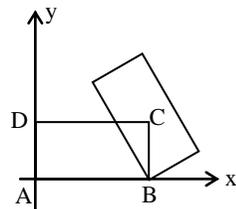
一、填充題：(每格 5 分，共 85 分。)

1. 已知大—從 1~50 的整數中挑選 4 個相異數，使其由小到大排序後形成一等差數列，且 4 個數中最小的是 7，試問滿足條件的等差數列共有 (1) 組。

2. 在右圖中， \widehat{ADB} 是以 \overline{AB} 為直徑的半圓， \overline{AC} 交半圓於 D 點，若 $\angle ABC=90^\circ$ ， $\overline{AB}=4$ ， $\overline{BC}=3$ ，求： $\overline{AD} = \underline{(2)}$ 。

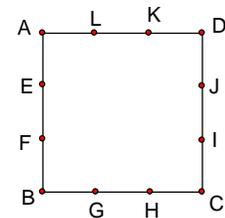


3. 在右圖中，坐標平面上有一長方形 ABCD，其坐標分別為 $A(0,0)$ 、 $B(4,0)$ 、 $C(4,2)$ 、 $D(0,2)$ 。今固定 B 點並將此長方形依順時針方向旋轉 60° ，則旋轉後 D 點的坐標為 (3)。



4. 在坐標平面上，將二次函數 $y=ax^2+bx+c$ 的圖形向左平移 3 個單位長，再向上平移 2 個單位長，可得二次函數 $y=-x^2-4x+7$ 的圖形，求序組 $(a,b,c) = \underline{(4)}$ 。

5. 在右圖中，E、F、G、H、I、J、K、L 八個點均在正方形 ABCD 的邊上，且 $\overline{AE} = \overline{EF} = \overline{FB} = \overline{BG} = \overline{GH} = \overline{HC} = \overline{CI} = \overline{IJ} = \overline{JD} = \overline{DK} = \overline{KL} = \overline{LA}$ ，試問從這 12 個點中取出 4 個相異點組成長方形，這樣的長方形面積有 (5) 種不同的值。

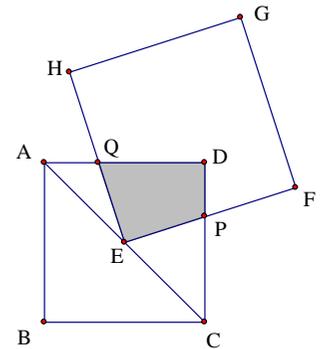


6. 若正整數 x 的所有因數中，小於 25 的正因數為 1、2、3、4、6、8、9、12、18、24，則 x 與 1008 的最大公因數是 (6)。

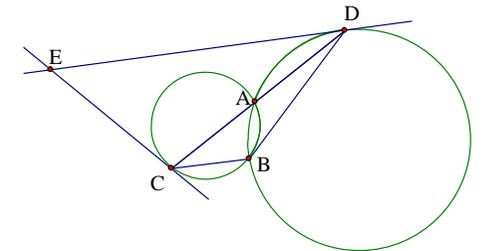
7. 已知 a 、 b 是方程式 $x^2-7x+6=0$ 的兩根， c 、 d 是方程式 $x^2-7x+k=0$ 的兩根，若 $|a-c|=|b-d|=2$ ，求實數 k 的最小值 = (7)。

8. 設 $X_1X_2X_3\cdots X_{47}$ 是一正 47 邊形，若 $\angle X_1X_{24}X_{25}$ 是 $\angle X_{24}X_1X_{25}$ 的 a 倍，求 a 的值 = (8)。

9. 在右圖中，正方形 ABCD 的邊長為 12，E 點為 \overline{AC} 的中點，若 EFGH 也是正方形， \overline{CD} 交 \overline{EF} 於 P 點， \overline{AD} 交 \overline{EH} 於 Q 點，求四邊形 EPDQ 的面積 = (9)。

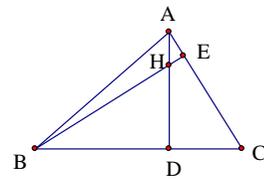


10. 在右圖中，兩圓交於 A、B 兩點，過 A 作一直線分別交兩圓於 C、D 兩點，分別自 C、D 兩點作圓的切線，使兩切線交於 E 點，若 $\angle ACB=30^\circ$ ， $\angle CED=45^\circ$ ，求 $\angle ADB = \underline{(10)}$ 度。



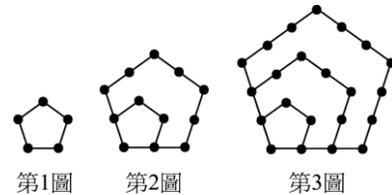
國立嘉義高中 107 學年度 學術性向資賦優異 【數理類】複選評量—數學能力評量試題

11. 在右圖中， $\overline{AD} \perp \overline{BC}$ 於 D 點， $\overline{BE} \perp \overline{AC}$ 於 E 點， \overline{AD} 交 \overline{BE} 於 H 點，若 $\angle ACB = 60^\circ$ ， $\overline{BC} = 18$ ， $\overline{AC} = 12$ ，求 $\overline{AH} =$ (11)。



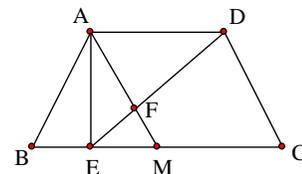
12. 在右圖中，任兩相鄰黑點的線段長都是 1，按照這樣的規律，

- 第 1 圖的所有線段長度總和為 5；
第 2 圖的所有線段長度總和為 13；
第 3 圖的所有線段長度總和為 24；
.....



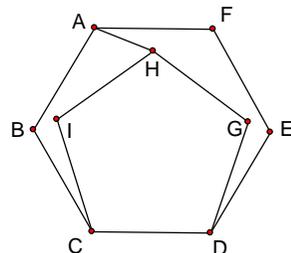
- 求第 25 圖的所有線段長度總和 = (12)。

13. 在右圖中，ABCD 是等腰梯形， $\overline{AD} < \overline{BC}$ ， $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ ， \overline{AE} 垂直 \overline{BC} 於 E 點，M 是 \overline{BC} 的中點，F 是 \overline{AM} 與 \overline{DE} 的交點。若 $\triangle EFM$ 的面積為 10，且 $\overline{AB} = \overline{AM}$ ，求 $\triangle ABC$ 的面積 = (13)。



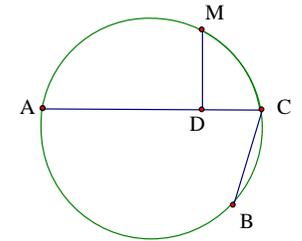
14. 已知一直角三角形的內切圓半徑長與外接圓半徑長之和為 20，且其兩股長之差為 16，求此直角三角形的面積 = (14)。

15. 在右圖中，ABCDEF 是一個正六邊形，CDGHI 是一個正五邊形，求 $\angle AHI - \angle FAH =$ (15) 度。



16. 對於任意實數 x ， $[x]$ 表示小於或等於 x 的最大整數，例如 $[1.8] = 1$ ， $[-3.4] = -4$ ， $[7] = 7$ 。求滿足 $\frac{[x]}{x - [x]} = 29$ 的最小正數 x 之值 = (16)。

17. 在右圖中，已知 A、B、C、M 四點在圓上，M 為 \widehat{ACB} 的中點， $\overline{MD} \perp \overline{AC}$ 於 D 點，若 $\overline{AD} = 8$ ， $\overline{CD} = 3$ ， $\overline{MD} = 4$ ，求 $\overline{BC} =$ (17)。

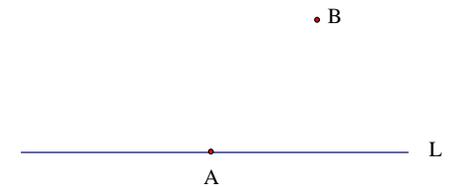


二、作圖與證明：(共 15 分。)

1. 本題為尺規作圖，請留下作圖過程痕跡，並寫出作圖步驟，不必證明。(5 分)

【已知】在右圖中，A 點為 L 線上一點，B 點在 L 線的上方，且 \overline{AB} 與 L 線不垂直。

【求作】一個圓，使得這個圓通過 B 點，且與 L 線相切於 A 點。



2. 【已知】在右圖中，A、B、C、D 四個點都在圓上， $\angle BAC = \angle DAC$ ， \overline{AC} 與 \overline{BD} 交於 E 點。

- 【試證】(1) $\triangle ABE \sim \triangle ACD$ 。(2 分)
(2) $\overline{AB} \times \overline{CD} = \overline{AC} \times \overline{BE}$ 。(3 分)
(3) $\overline{AB} \times \overline{CD} + \overline{AD} \times \overline{BC} = \overline{AC} \times \overline{BD}$ 。(5 分)

